

## КОМПЛЕКСНЫЕ ПОДХОДЫ К ОПТИМИЗАЦИИ СОСТАВОВ БЕТОННЫХ СМЕСЕЙ ДЛЯ ТЯЖЕЛОГО БЕТОНА

Канд. физ.-мат. наук **Р.О. Резаев**  
(Институт исследований твердого тела и  
материалов им. Лейбница (IFW), Дрезден),  
инженер **А.А. Дмитриев**  
(ООО «Инновационные композитные материалы»),  
инженер **Н.А. Бородуля**  
(Томский политехнический университет),  
инженер **И.В. Степанюга**  
(ООО «Полипласт Новомосковск»),  
канд. техн. наук **Б.П. Кутько**  
(ФАУ «РОСДОРНИИ»)  
Конт. информация: [kutko@rosdornii.ru](mailto:kutko@rosdornii.ru)

---

*Предлагается метод комплексной оптимизации состава бетона на основе линейной теории плотности упаковки, толщины обмазки и процедуры визуализации реологических свойств бетонных смесей и прочности бетона в зависимости от расхода компонентов. В рассматриваемую концепцию включены экономические показатели. Расчетная база метода апробирована как на известных ранее экспериментальных результатах, так и на авторских. Область применения метода комплексной оптимизации охватывает как жесткие, так и подвижные бетонные смеси, с произвольной гранулометрией и разным количеством заполнителей. Ключевые параметры оптимизации (водоцементное отношение, соотношение заполнителей, воздухововлечение и др.) имеют прозрачный технологический смысл.*

**Ключевые слова:** *плотность упаковки, оптимизация рецептур бетонных смесей, толщина обмазки зерен, математическое моделирование.*

---

В настоящее время среди задач оптимизации состава тяжелого бетона все большую долю занимает класс задач, имеющих многопараметрический контекст: либо целевая функция зависит от многих параметров (например, стоимость бетонной смеси зависит от потребляемой электроэнергии, сырья, используемого оборудования и т.д.), либо область значений целевой функции является многомерным множеством (например, необходимо минимизировать стоимость бетонной смеси, но при этом максимизировать показатели удобоукладываемости и прочности), либо

оба случая реализуются одновременно. Производство дорожного бетона не является исключением из данной тенденции, поскольку в его «оптимизационном арсенале» имеется целый спектр методов: введение различных химических добавок и их комбинаций; применение минеральных наполнителей; использование возможностей комбинирования заполнителей, имеющих различную гранулометрию. Построение последовательности технологических процессов базируется на эмпирически установленных закономерностях (таких, как например, формула Скрамтаева-Боломея). Для увеличения прочности бетона без изменения расхода цемента может быть уменьшено количество воды в рецептуре, однако при прочих равных условиях удобоукладываемость смеси ухудшится. Для сохранения прочности и увеличения подвижности одновременно, можно, не меняя водоцементное отношение (В/Ц), увеличить объем цементной пасты, тем самым возрастает толщина обмазки зерен заполнителей (см. далее) и, следовательно, подвижность, измеряемая в единицах осадки конуса (см) [1]. Однако при этом повышается стоимость бетонной смеси, так как увеличивается расход цемента. Перебирать в ручном режиме все возможные варианты рецептур или параметров технологического процесса не представляется возможным ввиду их большого количества и трудоемкости.

В такой ситуации следует обратить внимание на *методы эффективного использования* вычислительной техники, что может быть незаменимым инструментом для анализа эффективности выполнения таких приемов, как комбинирование заполнителей с различной гранулометрией, или для выполнения многопараметрической визуализации свойств и составов бетонных смесей. При этом главным вопросом при комбинировании заполнителей является определение такой их комбинации, при которой количество цементной пасты, расходуемой на заполнение пустот и на покрытие зерен с некоторой эффективной толщиной обмазки, будет минимальным [2-5].

В этом случае важным является не только пустотность смеси заполнителей, но и их удельная поверхность. В случае использования двухкомпонентной смеси заполнителей (например, песок и щебень) ответ на данный вопрос достигается перебором 5-10 возможных вариантов соотношений заполнителей. Трудоемкость определения оптимального соотношения заполнителей в этом случае составляет 2-3 дня. Однако, если мы введем в систему третий заполнитель (отсев), количество вариантов для перебора составит уже несколько сотен. В этом контексте использование

вычислительных методов позволит уменьшить число натуральных экспериментов, заменив их результатами численных расчетов. Одним из классов моделей, обращенных к анализу поиска оптимального соотношения заполнителей для разумного количества компонентов является класс моделей линейной теории плотности упаковки [6-8], краткое описание которой приводится ниже.

При многопараметрической визуализации свойств бетона и бетонных смесей основной задачей является поиск способа представления базовых функциональных зависимостей в координатах {свойство}- {параметры}. Самый простой и неэффективный с точки зрения потребителя информации способ ее отображения – использование формул и неструктурированных по признакам таблиц. Более предпочтительным является использование графических/визуальных элементов: кривых, диаграмм, распределений и т.д. Наиболее современным способом является разработка интерактивных графических элементов, с которыми потребителю информации обеспечивается непосредственное взаимодействие. В данной статье авторами приводятся практические примеры того, как могут быть решены поставленные задачи комплексной оптимизации составов бетона, используя математический аппарат расчета плотности упаковки [6] и разработанный на его основе метод расчета состава бетона [9], а также метод построения тройных диаграмм.

### Модель. Валидация

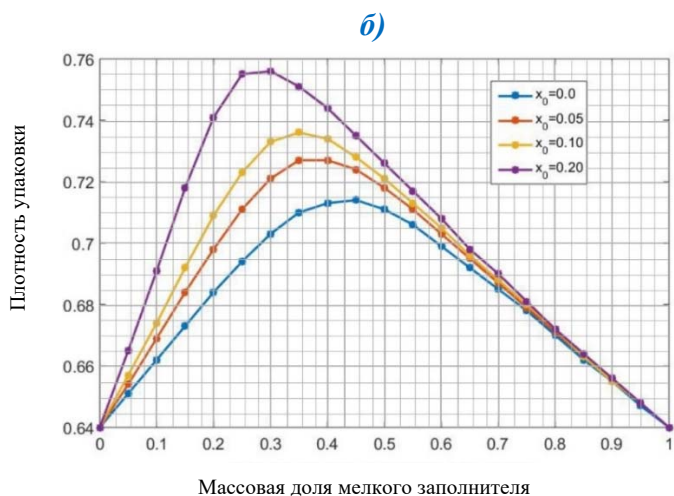
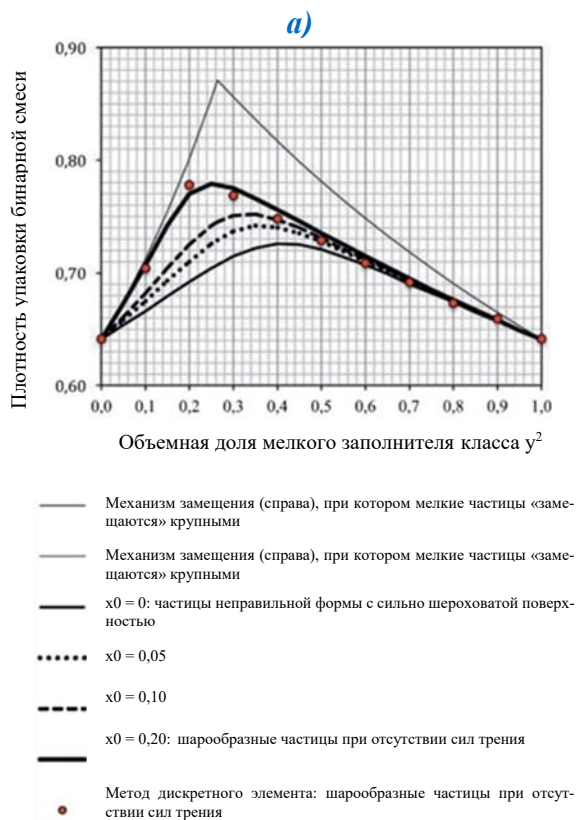
Для описания состояния сыпучей среды используем математическую модель, опубликованную первоначально в работах [8] и адаптированную к практическим расчетам в [9]. Данная модель представляет интерес с практической точки зрения, поскольку позволяет рассчитать плотность упаковки смеси, зная конкретный гранулометрический состав каждого из компонентов смеси. Для описания реалистического случая модель базируется на нескольких фундаментальных параметрах: индексе компактности  $K$ , критическом диаметре раздвижки  $x_0$  и виртуальной плотности упаковки  $\beta$  [9]. Индекс компактности позволяет учесть степень уплотнения заполнителей. Например, широко известно, что после вибрирования смеси заполнителей плотность упаковки частиц возрастает относительно рыхлонасыпного состояния. Следовательно, индекс компактности виброуплотненного состояния выше индекса компактности рыхлонасыпного. Критический диаметр раздвижки является интеграль-

ным параметром [9], позволяющим учесть влияние формы частиц и текстуры их поверхности. Виртуальная плотность упаковки – плотность упаковки максимально возможно плотного состояния, рассматривается как теоретический предел. Более подробно алгоритм расчета плотности упаковки представлен в [10]. Ниже приводятся некоторые примеры проверки модели по опубликованным ранее другими авторами теоретическим и экспериментальным результатам.

Простейшей системой сыпучей среды является бинарная смесь абсолютно твердых шаров. Такая система достаточно легко моделируется на компьютере методами дискретного элемента в сочетании с молекулярной динамикой. На **рис. 1 а** показаны результаты, опубликованные в работе [7], для  $x = 0,2$ , где  $x = d_2/d_1$  – отношение диаметра мелкой фракции к диаметру крупной. На **рис. 1 б** показаны результаты расчетов по алгоритму [10], который позволяет виртуальную плотность упаковки определить через имеющие ясный физический смысл параметры – коэффициент относительного уплотнения и насыпную плотность. Сравнительный анализ показывает, что излагаемый метод воспроизводит с хорошей точностью данные других авторов.

Более убедительными выводами из результатов сравнения могут быть те, что основаны на независимо проведенных экспериментальных исследованиях. Ключевые параметры модели определяются исходя из характера поведения зависимости плотности упаковки бинарных смесей. В качестве компонентов бинарных смесей были использованы фракции стандартного ситового набора: от 0,16 до 10 мм, а затем измерена пустотность всех взаимных комбинаций фракций друг с другом, с шагом массовой доли  $r$  мелкого компонента 0,1 (см. **рис. 2 и табл. 1**), где  $r = m/(m+M)$ ,  $m$  – масса мелкой фракции,  $M$  – масса крупной фракции; когда  $r = 0$ , это означает, что мелкая фракция отсутствует ( $m = 0$ ); когда  $r = 1$  – отсутствует крупная фракция ( $M = 0$ ).

Экспериментальная методика заключалась в следующем. Смесь в цилиндрическом сосуде диаметром  $D = 20$  см и высотой  $H = 35$  см вибрировалась в течение 3 мин. на лабораторной виброплощадке, которая обеспечивала вертикально направленные колебания с частотой  $(2900 \pm 100)$  об/мин. и амплитудой  $(0,50 \pm 0,05)$  мм. Регрессионный анализ нелинейным методом наименьших квадратов данных, приведенных на **рис. 2**, позволил определить параметры модели – набор критических диаметров раздвижки  $x_0$  и насыпных плотностей монофракций (**табл. 2, 3**), через которые можно определить индекс компактности  $K$  для каждой из фракций.

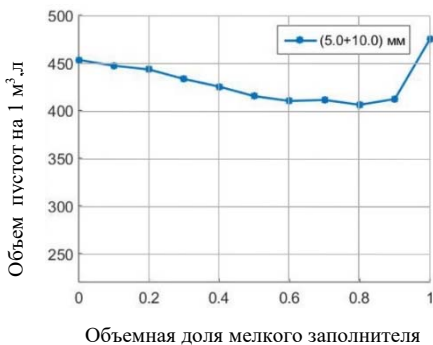
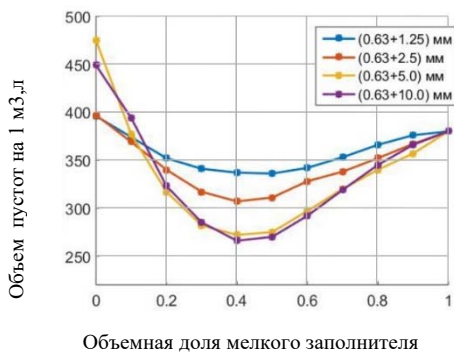
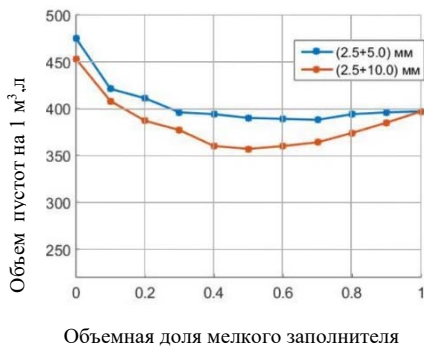
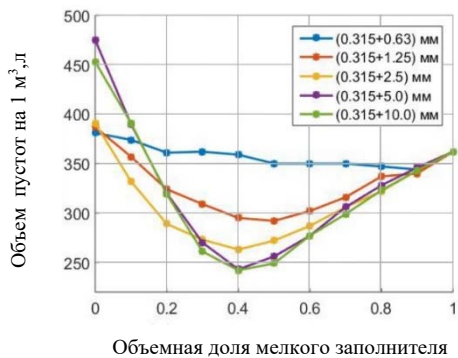
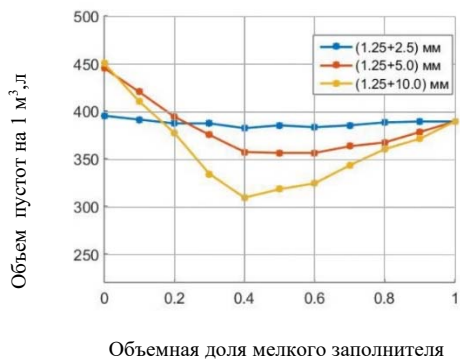
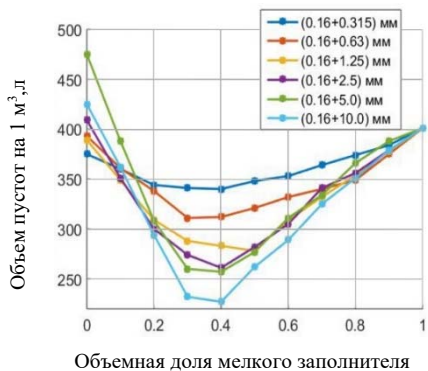


**Рис. 1. Сравнение расчетных данных по результатам в [7] (а) и по модели [10] (б):**  
 параметры системы: отношение меньшего к большему диаметру фракций  $x = 0,2$ , индекс компактности  $K = 9,2$

Таблица 1

Пустотность бинарных смесей  $\text{дм}^3/\text{м}^3$ 

Фр., мм	Массовая доля фракции 0,16 мм										
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,315	375	360	344	341	340	348	353	364	374	384	401
0,63	393	361	338	311	312	321	332	340	349	375	
1,25	389	349	309	288	283	278	309	332	354	378	
2,5	409	351	300	274	261	282	305	341	356	379	
5,0	475	388	308	260	257	277	311	334	366	388	
10,0	425	362	294	232	227	262	289	325	351	379	
	Массовая доля фракции 0,315 мм										
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,63	381	374	361	362	359	350	350	350	347	344	362
1,25	387	357	324	309	295	292	302	316	337	340	
2,5	391	332	289	273	263	272	287	306	322	343	
5,0	475	390	320	270	243	256	277	306	328	346	
10,0	453	391	319	261	242	249	277	299	323	343	
	Массовая доля фракции 0,63 мм										
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
1,25	396	374	352	341	337	336	342	353	366	376	380
2,5	397	369	340	317	307	311	328	338	352	367	
5,0	475	377	317	282	272	275	297	320	340	357	
10,0	449	394	323	285	266	270	292	319	345	366	
	Массовая доля фракции 1,25 мм										
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
2,5	395	391	387	387	382	385	383	385	388	389	389
5,0	445	420	394	375	357	356	356	363	367	378	
10,0	450	410	377	334	309	318	324	343	360	371	
	Массовая доля фракции 2,5 мм										
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
5,0	475	421	411	396	394	390	389	388	394	396	397
10,0	453	408	387	377	360	357	360	364	374	385	
	Массовая доля фракции 5,0 мм										
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
10,0	453	447	443	433	425	415	410	411	406	412	475



**Рис. 2. Пустотность бинарных смесей для различных комбинаций фракций<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Минимально возможная пустотность для экспериментальных материалов будет для смеси из фракций 0,16 и 10,0 мм при их соотношении  $r = 0,4$ . Однако следует отметить, что это не универсальный вывод, который можно применить к любым другим материалам.

Таблица 2

*Насыпные плотности виброуплотненного состояния фракций*

<i>Диаметр фракции, мм</i>	<i>0,16</i>	<i>0,315</i>	<i>0,63</i>	<i>1,25</i>	<i>2,5</i>	<i>5</i>	<i>10</i>
<i>Плотность виброуплотненной смеси, кг/м<sup>3</sup></i>	1,59	1,69	1,64	1,61	1,60	1,50	1,50

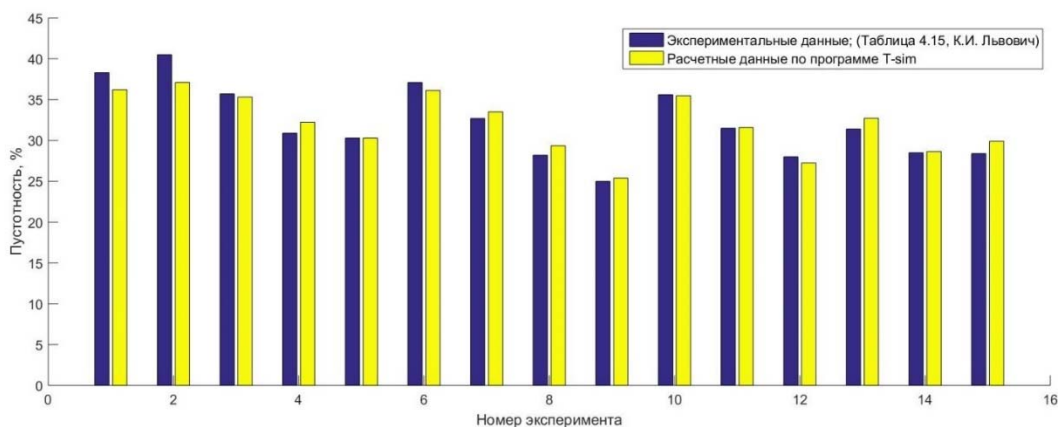
Таблица 3

*Коэффициенты раздвижки  $x_0$  между различными фракциями*

<i>Диаметр фракции, мм</i>	<i>0,16</i>	<i>0,315</i>	<i>0,63</i>	<i>1,25</i>	<i>2,5</i>	<i>5</i>	<i>10</i>
<i>0,16</i>		0,08	0,04	0,04	0,01	0,04	0,02
<i>0,315</i>	0,08		0,0	0,05	0,04	0,02	0,01
<i>0,63</i>	0,04	0,0		0,32	0,03	0,11	0,03
<i>1,25</i>	0,04	0,05	0,32		0,0	0,0	0,01
<i>2,5</i>	0,01	0,04	0,03	0,0		0,12	0,0
<i>5</i>	0,04	0,02	0,11	0,0	0,12		0,0
<i>10</i>	0,02	0,01	0,03	0,01	0,0	0,0	

В качестве независимых экспериментальных данных были использованы данные по пустотности тройных смесей [5], представляющих собой смесь из трех фракций в каком-либо соотношении, удовлетворяющем условию  $r_1 + r_2 + r_3 = 1,0$ , где  $r_i$  – массовая доля  $i$ -й фракции. На рис. 3 приведен сравнительный анализ результатов расчетов значений пустотности с экспериментальными данными. По горизонтальной оси взят номер в серии экспериментов, отличающихся различным соотношением фракций в смеси. Наиболее важным результатом сравнения является способность расчетного аппарата правильно уловить тенденцию изменения плотности упаковки при изменении соотношения заполнителей, что открывает перспективы применения расчетного аппарата для управления характеристиками сыпучего материала через введение каких-либо дополнительных фракций в смесь. Более подробно такой пример рассмотрен далее.





**Рис. 3. Сравнение расчетных значений пустотности и экспериментальных, опубликованных в работе [5]:**  
 столбики синего цвета – экспериментальные данные: таблица 4.15 [5];  
 столбики желтого цвета – расчетные данные по программе T-sim [13]

### Примеры применения: I. Оптимизация гранулометрии

Применим алгоритм расчета плотности упаковки смеси заполнителей к задаче оптимизации соотношения заполнителей и определения оптимальной доли и размера корректирующей фракции. Детали способа расчета плотности упаковки смеси, состоящей из  $N \geq 2$  фракций, изложены в работе [9], наряду с методикой оптимизации рецептур тяжелого бетона. В соответствии с этими идеями, первым шагом необходимо задать величину эффективной толщины обмазки зерен заполнителей цементной пастой. В качестве ориентировочного значения мы возьмем данные исследований, опубликованных в [4], где приводится характерная толщина обмазки равная 12 мкм для подвижных смесей. Отметим, что толщина может быть и другой, она фактически описывает количество излишка цементной пасты в смеси заполнителей относительно их пустотности, и ее физический смысл состоит в том, насколько зерна заполнителей раздвигаются в среднем друг от друга. В зарубежной литературе часто встречается термин [11] – *interfacial transition zone* (ITZ) – область цементного камня вблизи поверхности зерен заполнителей. В NIST (National Institute of Standards and Technology) полагают, что эта величина является едва ли не доминирующей в параметрах, определяющих прочность затвердевшего бетона [11]. Для изложения существенно, что толщина обмазки напрямую связана с ITZ: чем больше толщина обмазки,

тем шире область ITZ. С реологической же позиции, варьируя толщину обмазки, можно достаточно эффективно регулировать осадку конуса [1].

Рассмотрим стандартную практическую ситуацию: бинарный заполнитель в виде смеси крупного щебня/гравия фракции 5-20 мм и мелкого песка (см. табл. 4, 5).

**Таблица 4**

*Гранулометрия крупного заполнителя*

<i>Диаметр фракции, мм</i>	<i>Дно</i>	<i>5</i>	<i>10</i>	<i>20</i>
<i>Доля фракции, %</i>	5	10	55	30

**Таблица 5**

*Гранулометрия мелкого заполнителя*

<i>Диаметр фракции, мм</i>	<i>0,16</i>	<i>0,315</i>	<i>0,63</i>	<i>1,25</i>	<i>2,5</i>	<i>5</i>
<i>Доля фракции, %</i>	30	40	20	5	3	2

При  $V/C = 0,55$  (примерно соответствующего классу бетонной смеси по подвижности от П2 до П4) и доле песка  $r = 0,45$  (типовое значение доли песка для товарных бетонов) [2-4] для достижения толщины обмазки  $h \approx 12$  мкм необходимо 365 кг (на 1 м<sup>3</sup> бетонной смеси) цемента при индексе компактности заполнителей  $K = 8-9$ , что соответствует уплотненному состоянию заполнителей в вязкой среде. Таким образом, рецептура тяжелого бетона имеет следующий вид:

*крупный заполнитель – 994 кг/м<sup>3</sup>; мелкий заполнитель – 813 кг/м<sup>3</sup>;  
Ц – 365 кг/м<sup>3</sup>; В – 201 дм<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>; расчетная пустотность смеси заполнителей –  
 $V \approx 274$  дм<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>; площадь поверхности заполнителей –  $S \approx 5064$  м<sup>2</sup>;  
расчетная плотность бетонной смеси – 2373 кг/м<sup>3</sup>.*

Рассмотрим оптимизацию смеси путем использования третьего компонента заполнителя в качестве дополнительного. Важно отметить, что под *n*-компонентными смесями понимается смесь из *n*-сыпучих материалов, состоящих из какого-либо набора фракций (необязательно из 2-х). С этой точки зрения, обычный песок из карьера и гравий при смешивании образуют 2-компонентную смесь, в отличие от бинарной смеси, состоящей из 2-х *фракций*, а не материалов. Соответственно, 3-компонентные смеси в дополнение к песку и щебню, включают в себя третий материал, например, отсев. Допустим, что вариант отсева имеет гранулометрический состав, представленный в **табл. 6**. Главной целью введения третьего заполнителя является уменьшение стоимости бетонной смеси при сохранении её физико-механических характеристик. Поскольку, как указывалось выше, толщина обмазки является одним из доминирующих параметров, то разумно прежде всего сохранить это значение в новой оптимизированной рецептуре. Уменьшение расхода цемента связано с двумя факторами. Во-первых, ввод третьего заполнителя позволяет увеличить плотность упаковки зерен, тем самым уменьшив суммарный объем пустот, заполнение которых происходит за счет цементной пасты. Во-вторых, если песок содержит большое количество мелкой фракции, то введение заполнителя взамен доли песка позволяет уменьшить поверхность заполнителей и тем самым сократить количество цементной пасты, используемой для обмазки зерен.

**Таблица 6**

*Гранулометрический состав отсева*

<i>Диаметр фракции, мм</i>	<i>0,16</i>	<i>0,315</i>	<i>0,63</i>	<i>1,25</i>	<i>2,5</i>	<i>5</i>
<i>Доля фракции в %</i>	0	10	20	60	10	0

Расчетная рецептура, обеспечивающая величину обмазки зерен заполнителей цементной пастой 12 мкм на 3-компонентном заполнителе, имеет следующий вид:

*крупный заполнитель – 1038 кг/м<sup>3</sup>; отсев – 334 кг/м<sup>3</sup>;  
мелкий заполнитель – 482 кг; Ц – 345 кг/м<sup>3</sup>;  
В – 190 дм<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>; пустотность смеси заполнителей –  $V \approx 268$  дм<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>.*

Пустотность в данном случае несколько меньше, чем для случая 2-компонентного заполнителя и приводит к сокращению потребляемого цемента примерно на 7-8 кг, что не является ощутимо большим значением, однако при этом площадь поверхности заполнителей сокращается до  $S \approx 3731$  м<sup>2</sup>, что примерно в 1,4 раза меньше, чем в первом случае (бинарный заполнитель). Сочетание в совокупности этих факторов приводит к уменьшению расхода цемента на 20 кг. При этом расчетная плотность бетонной смеси – 2388 кг/м<sup>3</sup> выше, чем для 2-компонентного заполнителя. Следовательно, с высокой долей вероятности прочность такого бетона возрастет (на это также может указывать уменьшение доли области переходного слоя *ITZ*, в виду уменьшения поверхности заполнителей).

Рассчитаем экономические показатели рецептур при следующих ценах:  $C_{кр} = 1200$  руб./т,  $C_{мк} = 500$  руб./т,  $C_{от} = 700$  руб./т,  $C_{ц} = 5150$  руб./т. Стоимость 1 м<sup>3</sup> бетонной смеси по первому варианту (2-компонентная смесь) – **3479** руб., стоимость 1 м<sup>3</sup> бетонной смеси по второму варианту (3-компонентная смесь) – **3497** руб. Таким образом, в данном конкретном случае применение отсева привело к удорожанию рецептуры, что оправдано, если прочность бетона возрастет настолько, что он перейдет в другой класс, и эквивалентный расход цемента нужно сравнивать уже со значением, характерным для нового класса. В этом случае, цель оптимизации – удешевление 1 м<sup>3</sup> бетонной смеси – может быть достигнута. Однако можно ли подобрать такой гранулометрический состав отсева, при котором результирующая рецептура на 3-компонентном заполнителе будет экономически более выгодна по сравнению с рецептурой на 2-компонентном заполнителе. Наиболее простым с точки зрения расчета является случай применения отсева, состоящего из одной фракции, которую в этом случае назовем корректирующей. Последовательно рассчитывая расход цемента, для каждой фракции, перебирая их от 0,16 до 10 мм при обеспечении толщины обмазки 12 мкм и минимального расхода цементной пасты, мы установили, что наиболее оптимальным будет добавление фракции 1,25-2,5 мм в массовой доле по смеси заполнителей 0,2-0,25 (см. табл. 7). В этом случае можно добиться сокращения расхода цемента до 40 кг на 1 м<sup>3</sup> бетонной смеси. Введение фракции 5 мм и более, в любом количестве, приводит к увеличению расхода цементной пасты относительно минимально возможного значения.

Таблица 7

*Расход цемента в зависимости от диаметра корректирующей фракции при оптимальной дозировке (массовая доля ~ 0,2-0,25)*

<i>Диаметр фракции, мм</i>	<i>0,16</i>	<i>0,315</i>	<i>0,63</i>	<i>1,25</i>	<i>2,5</i>	<i>5,0</i>
<i>Расход цемента</i>	365	350	340	326	325	333

Один из вариантов рецептуры с добавлением оптимальной фракции 1,25-2,5 мм с массовой долей ~ 0,25 имеет следующий вид (толщина обмазки 12 мкм):

*крупный заполнитель – 1043 кг/м<sup>3</sup>; отсев – 474 кг/м<sup>3</sup>;  
мелкий заполнитель – 379 кг/м<sup>3</sup>; Ц – 325 кг/м<sup>3</sup>; В – 179 дм<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>.*

Стоимость бетонной смеси по такой рецептуре (при сохранении стоимости 700 руб./т за корректирующую фракцию – отсев) – **3447** руб., что ниже на 32 руб. на 1 м<sup>3</sup> относительно стоимости по рецептуре на 2-компонентных заполнителях. При этом максимальной плотности смеси – 2402 кг/м<sup>3</sup> удалось добиться на 3-компонентном заполнителе, с минимальной площадью поверхности заполнителей – 2796 м<sup>2</sup>.

Отметим, что уменьшение площади поверхности заполнителей приводит не только к уменьшению расхода цементной пасты на слой обмазки, но также к уменьшению водопотребности смеси в целом. При стандартных значениях водопотребности песка в 3-5 % [4], можно ожидать уменьшения требуемого количества воды на 15- 20 л при переходе на 3-компонентные заполнители. Водоцементное отношение при этом возрастает примерно на величину 0,05-0,06. Следовательно, прочность может увеличиться на 5 МПа и более. В связи с этим можно утверждать, что вводимый в смесь дополнительный заполнитель оказывает водоредуцирующий эффект.

## Комплексная оптимизация методом визуализации состава бетона

Для комплексного изучения влияния соотношения заполнителей на подвижность бетонной смеси, прочность бетона и стоимость бетонной смеси, воспользуемся следующим наглядным способом визуализации данных. Во многих задачах исследований 3-х и более компонентных смесей используются тройные диаграммы [12], получившие широкое распространение при изучении, например, свойств сплавов различных материалов. Необходимым условием построения такой диаграммы является следующее уравнение связи на  $x$ -,  $y$ -,  $z$ -компоненты, по которым строится диаграмма:

$$x + y + z = 1. \quad (1)$$

Для того, чтобы идею построения такой диаграммы применить к бетонной смеси, уравнение (1) нужно записать в виде:

$$V_{\text{щ}} + V_{\text{п}} + V_{\text{цп}} = 1, \quad (2)$$

где

$V_{\text{щ}}, V_{\text{п}}, V_{\text{цп}}$  – доли абсолютных объемов крупного и мелкого заполнителей и объема цементной пасты.

Примечательно, что формула (2) учитывает также и содержание воздушных пор, если их рассматривать как часть цементной пасты. Поэтому идея построения таких диаграмм может иметь место и для легких пористых бетонов с малым содержанием цементной пасты, меньшей чем объем пустот смеси заполнителей (в этом случае цементная паста играет роль «склеивающей» прослойки, а пустоты в бетоне «заполняются» воздухом).

В данной статье рассматривается тяжелый плотный дорожный бетон, поэтому объем цементной пасты равен:

$$V_{\text{цп}} = \frac{\text{Ц}}{\rho_{\text{ц}}^{\text{И}}} + \frac{w\text{Ц}}{\rho_{\text{в}}} + V_{\text{взд}}, \quad (3)$$

где

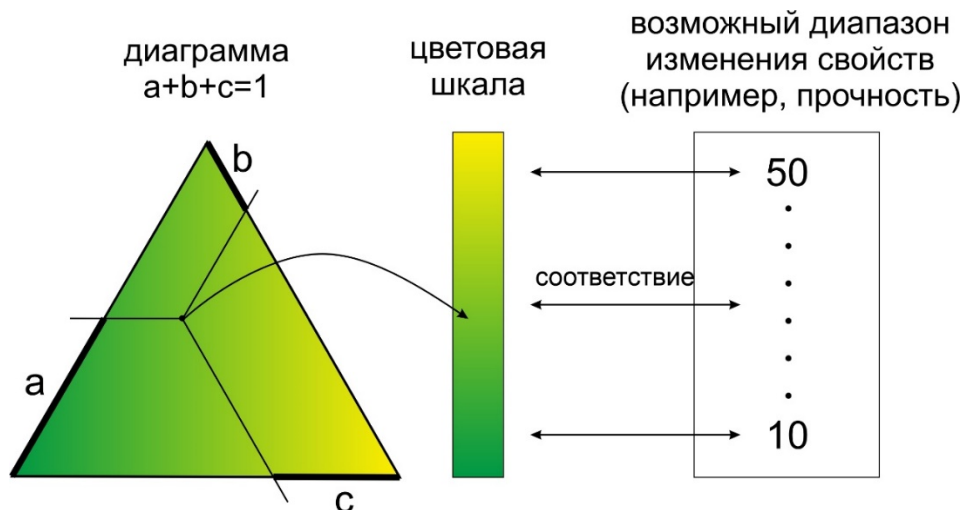
$w$  – водоцементное отношение;

$\text{Ц}$  – расход цемента, кг;

$\rho_{\text{ц}}^{\text{И}}, \rho_{\text{в}}$  – истинная плотность цемента и плотность воды, кг/м<sup>3</sup>,

$V_{\text{взд}}$  – объем вовлеченного в смесь воздуха, м<sup>3</sup>.

Для расчета количества компонентов из произвольной точки  $M$  внутри треугольника необходимо, во-первых, задать направление обхода треугольника (выбираем его по часовой стрелке) и, во-вторых, провести из интересующей точки линии, параллельные сторонам треугольника. Отсекаемые этими линиями отрезки на сторонах треугольника дадут величины, пропорциональные расходам компонентов (см. **рис. 4**). Более подробно с теорией построения и использования таких диаграмм можно ознакомиться, например, в монографии [12].



**Рис. 4. Схематический вид фазовой диаграммы в «тройных» координатах**

Каждой точке внутри треугольника соответствует единственная конкретная рецептура, если, например, левая сторона треугольника будет представлять цементную пасту, правая сторона треугольника – содержание мелкого заполнителя, а нижняя сторона – содержание крупного. При этом, если мы зафиксируем водоцементное отношение, то левая сторона будет однозначным образом описывать содержание либо цемента, либо воды. Для практической цели целесообразнее отображать расход цемента. Далее, если каждой точке мы припишем какой-либо цвет, кодирующий числовое значение интересующего нас свойства, то можно получить окончательно инструмент исследования влияния соотношения компонентов смеси на интересующее свойство.

Из фундаментальных положений термодинамики известно, что в пределах одной фазы, физические свойства системы меняются непрерывным образом, следовательно, в большинстве случаев фазовые диаграммы

могут быть описаны посредством гладких математических функций, т.е. сами функции и её производные непрерывны. При этом общий характер математической функции не будет зависеть от конкретного набора используемых материалов, т.е. цветовая диаграмма будет иметь универсальный вид, отличающийся лишь количественной интерпретацией соответствующего свойства. Другими словами, функция, описывающая диаграмму осадки конуса в координатах: *цементная паста-крупный заполнитель-мелкий заполнитель* будет иметь один и тот же вид для любых заполнителей и произвольного цемента. Важно лишь, чтобы консистенция бетонной смеси соответствовала диапазону классов осадки конуса в интересующем нас диапазоне. Далее мы рассмотрим, как выглядят подобные диаграммы в двух важных практических случаях:

а) фиксированное водоцементное отношение:

координаты – *цемент-мелкий заполнитель-крупный заполнитель*;

б) фиксированное соотношение заполнителей:

координаты *вода-цемент-заполнитель*.

В качестве конкретных свойств возьмем следующий набор:

- осадка конуса бетонной смеси;
- прочность бетона и стоимость бетонной смеси соответствующей рецептуры.

### Примеры применения фазовых диаграмм I. Оптимизация соотношения заполнителей

На **рис. 5** представлен набор диаграмм, описывающих осадку конуса, прочность бетона и стоимость бетонной смеси произвольной рецептуры для 2-компонентного заполнителя (см. **табл. 8, 9**). Данные диаграммы реализованы на сайте [14] в интерактивном режиме с указанием дополнительной информации о стоимости материалов и свойствах цемента. Данные для построения диаграмм были получены в результате совместно проведенной работы с корпорацией ООО «Полипласт».



Таблица 8

*Гранулометрический состав крупного заполнителя*

<i>Диаметр фракции, мм</i>	<i>0,16</i>	<i>0,315</i>	<i>0,63</i>	<i>1,25</i>	<i>2,5</i>	<i>5</i>	<i>10</i>	<i>20</i>	<i>40</i>
<i>Доля фракции в %</i>	0	0	0	0	5	10	55	30	0

Таблица 9

*Гранулометрический состав мелкого заполнителя*

<i>Диаметр фракции, мм</i>	<i>0,16</i>	<i>0,315</i>	<i>0,63</i>	<i>1,25</i>	<i>2,5</i>	<i>5</i>
<i>Доля фракции в %</i>	30	40	20	5	3	2

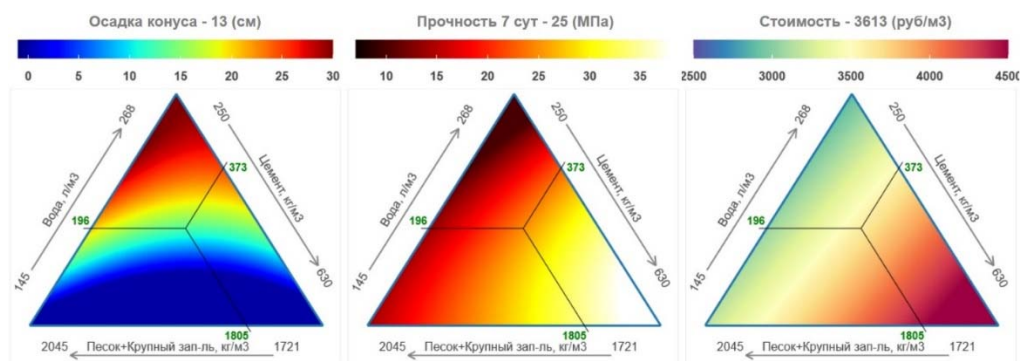


*Рис. 5. Вид диаграмм при фиксированном водоцементном отношении В/Ц = 0,59*

Обсудим характер поведения осадки конуса, прочности и стоимости на диаграммах. Во-первых, осадка конуса возрастает в области верхней части треугольника. Физическая причина этого заключается в том, что увеличивается в смеси объемная доля цементной пасты, толщина обмазки зерен возрастает, и бетонная смесь становится более подвижной. Одновременно увеличивается область *ITZ*, поэтому в верхней части треугольника прочность бетона имеет более низкие значения. При этом интересно отметить, что наименьшее значение прочности находится в правой части треугольника. Данный эффект необходимо более подробно исследовать, однако предварительная интерпретация заключается в том, что в правой части диаграммы пустотность смеси заполнителей имеет более высокие значения, поэтому плотность бетонной смеси в этой области уменьшается, что приводит к уменьшению прочности затвердевшего бетона. Для оптимизации состава бетона, с учетом экономических факторов, нами построена диаграмма стоимости, которая позволяет непосредственно оценить экономический эффект от внедрения той или иной рецептуры.

## Примеры применения фазовых диаграмм II. Оптимизация водоцементного отношения

В данном разделе, зафиксировав соотношение заполнителей (см. **рис. 6**), построили фазовую диаграмму осадки конуса, прочности и стоимости в координатах *вода-цемент-заполнитель*. Данные диаграммы реализованы на сайте [13]. Гранулометрия заполнителей аналогична используемой при построении диаграмм на **рис. 4**.



**Рис. 6.** Вид диаграмм при фиксированном соотношении заполнителей; массовая доля песка в смеси заполнителей  $r = 0,47$

Обсудим характер поведения осадки конуса, прочности и стоимости на диаграммах. Осадка конуса, как и в случае на **рис. 5**, принимает более высокие значения в верхней части треугольника, что отражает взаимосвязь расхода воды и осадки конуса – чем больше доля воды в смеси, тем смесь более подвижная. Однако структура зависимости прочности в новых координатах имеет кардинально другой вид. Интересно отметить, что области перехода между различными цветовыми участками диаграммы прочности описывают не что иное, как формулу Скрамтаева-Боломея (линейный закон изменения прочности относительно  $V/C$ ), что и должно было наблюдаться. Также, как и в случае **рис. 5**, диаграммы стоимости напрямую отражают экономическую составляющую рецептуры, что позволяет существенно экономить трудовые ресурсы при решении задачи оптимизации составов бетона.

### Заключение

Рассмотрено несколько практических случаев применения двух методов оптимизации, основанных на использовании вычислительных машин: определение оптимальной гранулометрии заполнителей и комплексная оптимизация на основе визуализации составов бетонов. Оба метода имеют глубокий потенциал внедрения в различных направлениях производства бетона, начиная от литых и подвижных бетонных смесей и заканчивая жесткими/сверхжесткими смесями. Важным аспектом является то, что изложенные принципы базируются на фундаментальных понятиях, касающихся всех бетонных смесей: *плотность упаковки* и *представление бетонной смеси как однородной фазы*. Что касается раздела, связанного с обсуждением гранулометрии, представленные результаты являются частью обширной программы исследований, направленных на разработку методического аппарата подбора оптимального соотношения сыпучих материалов из имеющегося конкретного набора песков, отсевов и крупного заполнителя, исходя из их гранулометрического состава. Акцент необходимо сделать именно на материалах, а не конкретных фракциях. Однако, чтобы перейти к рассмотрению материалов, нужно начать с фундаментальных явлений и понятий – исследовать, понять и описать как взаимодействуют каждая фракция друг с другом.

Плотность упаковки позволяет работать с гранулометрией заполнителей, выполняя оптимизацию за счет варьирования пустотности смеси и удельной поверхности, в том время, как представление смеси однородной фазой позволяет отобразить непрерывным образом характер изменения интересующего нас свойства в зависимости от соотношения

исходных компонентов смеси. Например, необязательно ограничиваться такими свойствами, как осадка конуса и прочность. Метод визуализации позволяет построить диаграммы плотности, поровой структуры, морозостойкости или водонепроницаемости и других свойств. В этом случае необходимо определить рабочую область координат, в которых диаграмма будет иметь наиболее максимальную информативную ценность. Однако вопрос выявления доминирующих факторов в контексте того или иного свойства в случае бетона к настоящему времени изучен достаточно широко и не должен представлять существенной трудности.

Показатель однородности фазы бетонной смеси формирует новые виды моделей проверки соответствия бетонных смесей по отношению к риску недостижения целей и требований технических регламентов, нормативных документов и условиям договоров, так как это требует приложение № 9 Договора о Евразийском экономическом союзе и статья 4 и пункт 11 технического регламента Таможенного союза «Безопасность автомобильных дорог» ТР ТС 014/2011. Также это позволяет решить новую задачу управления хвостами гистограмм распределений гранулометрического состава бетонных смесей узкими фракциями для существенного удешевления производства дорожного товарного бетона.

Работа поддержана Томским политехническим университетом, грант ВИУ-ИШФВП-183-2020.

## **ЛИТЕРАТУРА**

1. Резаев Р.О. *Определение характера влияния толщины обмазки зерен заполнителей на подвижность растворной составляющей бетонных смесей* / Р.О. Резаев, А.А. Дмитриев // *Международное аналитическое обозрение «ALITinform: Цемент. Бетон. Сухие смеси»*. – 2019. – № 4(57). – С. 31-43.
2. Баженов Ю.М. *Технология бетона* / Ю.М. Баженов. – М.: Высшая школа, 1987. – 415 с.
3. Дворкин Л.И. *Оптимальное проектирование составов бетона* / Л.И. Дворкин. – Львов: Вища школа, 1981. – 159 с.
4. Ахвердов И.Н. *Основы физики бетона* / И.Н. Ахвердов. – М.: Стройиздат, 1981. – 464 с.
5. Львович К.И. *Песчаный бетон и его применение в строительстве* / К.И. Львович. – СПб.: Строй-бетон, 2007. – 320 с.
6. De Larrard F. *Concrete mixture proportioning. A scientific approach*. – London and New York, 1998.

7. Roquier G. *The 4-parameter Compressible Packing Model (CPM) including a new theory about wall effect and loosening effect for spheres* / G. Roquier // *Powder Technology*. – 2016. – No 1 (Vol. 302). – P. 247-253.
8. Stovall T. *Linear packing density model of grain mixtures* / T. Stovall, F. De Larrard, M. Buil // *Powder Technology*. – 1986. – No 1 (Vol. 48). – P. 1-12.
9. Резаев Р.О. Оптимизация рецептур тяжелого бетона на основе теории плотности упаковки / Р.О. Резаев, Н.А. Бородуля, А.А. Дмитриев, Б.П. Кутько // *Дороги и мосты*. – 2019. – № 42(2). – С. 271-279.
10. Резаев Р.О. Определение максимальной плотности упаковки поликомпонентных заполнителей для бетона / Р.О. Резаев, Е.И. Смирнова, О.В. Демьяненко, Н.О. Копаница, С.А. Лукьянчиков // *Международное Аналитическое обозрение «ALITinform: Цемент. Бетон. Сухие смеси»*. – 2019. – № 1(54). – С. 28-38.
11. Garboczi E.J. and Bentz D.P. *The effect of the interfacial transition zone on concrete properties: the dilute limit* / American Society of Civil Engineers // *Proceedings of the Fourth Materials Conference, Washington, DC, 1996*.
12. Петров Д.А. *Тройные системы* / Д.А. Петров. – М.: Изд-во Акад. наук СССР, 1953. – 315 с.
13. *Проектирование строительных материалов*. – Электронный ресурс. – URL:<https://t-sim.ru> (дата обращения: 02.10.2020).
14. *Проектирование и оптимизация плотности упаковки смесей на разных заполнителях*. – Электрон. данные. – URL:<https://t-sim.ru/cement-fine-coarse-p1-p5> (дата обращения: 02.10.2020).
15. *Проектирование и оптимизация состава бетона - вариант для подвижных смесей*. – Электрон. данные. – URL:<https://t-sim.ru/water-cem-agg-p1-p5> (дата обращения: 02.10.2020).

## L I T E R A T U R A

1. Rezaev R.O. *Opređenje haraktera vliyanija tolshchiny obmazki zeren zapolnitelej na podvizhnost' rastvornoj sostavlyayushchej betonnyh smesej* / R.O. Rezaev, A.A. Dmitriev // *Mezhdunarodnoe analiticheskoe obozrenie «ALITinform: Cement. Beton. Suhie smesi»*. – 2019. – № 4(57). – S. 31-43.
2. Bazhenov YU.M. *Tekhnologiya betona* / YU.M. Bazhenov. – М.: Vysshaya shkola, 1987. – 415 s.
3. Dvorkin L.I. *Optimal'noe proektirovanie sostavov betona* / L.I. Dvorkin. – L'vov: Vishcha shkola, 1981. – 159 s.

4. Ahverdov I.N. *Osnovy fiziki betona / I.N. Ahverdov.* – M.: Strojizdat, 1981. – 464 s.
5. L'vovich K.I. *Peschanyj beton i ego primenenie v stroitel'stve / K.I. L'vovich.* – SPb.: Stroj-beton, 2007. – 320 s.
6. De Larrard F. *Concrete mixture proportioning. A scientific approach.* – London and New York, 1998.
7. Roquier G. *The 4-parameter Compressible Packing Model (CPM) including a new theory about wall effect and loosening effect for spheres / G. Roquier // Powder Technology.* – 2016. – No 1 (Vol. 302). – P. 247-253.
8. Stovall T. *Linear packing density model of grain mixtures / T. Stovall, F. De Larrard, M. Buil // Powder Technology.* – 1986. – No 1 (Vol. 48). – P. 1-12.
9. Rezaev R.O. *Optimizaciya receptur tyazhelogo betona na osnove teorii plotnosti upakovki / R.O. Rezaev, N.A. Borodulya, A.A. Dmitriev, B.P. Kut'ko // Dorogi i mosty.* – 2019. – № 42(2). – S. 271-279.
10. Rezaev R.O. *Opredelenie maksimal'noj plotnosti upakovki polikomponentnyh zapolnitelej dlya betona / R.O. Rezaev, E.I. Smirnova, O.V. Dem'yanenko, N.O. Kopanica, S.A. Luk'yanchikov // Mezhdunarodnoe Analiticheskoe obozrenie «ALITinform: Cement. Beton. Suhie smesi».* – 2019. – № 1(54). – S. 28-38.
11. Garboczi E.J. and Bentz D.P. *The effect of the interfacial transition zone on concrete properties: the dilute limit / American Society of Civil Engineers // Proceedings of the Fourth Materials Conference, Washington, DC, 1996.*
12. Petrov D.A. *Trojnye sistemy / D.A Petrov.* – M.: Izd-vo Akad. nauk SSSR, 1953. – 315 s.
13. *Proektirovanie stroitel'nyh materialov.* – Elektronnyj resurs. – URL:<https://t-sim.ru> (data obrashcheniya: 02.10.2020).
14. *Proektirovanie i optimizaciya plotnosti upakovki smesej na raznyh zapolnitelyah.* – Elektron. dannye. – URL:<https://t-sim.ru/cement-fine-coarse-p1-p5> (data obrashcheniya: 02.10.2020).
15. *Proektirovanie i optimizaciya sostava betona - variant dlya podviznyh smesej.* – Elektron. dannye. – URL:<https://t-sim.ru/water-cem-agg-p1-p5> (data obrashcheniya: 02.10.2020).

.....

## **COMPREHENSIVE APPROACHES TO OPTIMIZING THE CONCRETE MIX COMPOSITIONS FOR HEAVY CONCRETE**

*Ph. D. (Physics and Mathematics) R.O. Rezaev*  
*(The Leibniz Institute for Solid State*  
*and Materials Research, Dresden),*  
*Engineer A.A. Dmitriev*  
*(LLC «Innovacionnyye kompozitnye materialy»),*  
*Engineer N.A. Borodulya*  
*(Tomsk Polytechnic University),*  
*Engineer I.V. Stepanuga*  
*(LLC «Poliplast Novomoskovsk»),*  
*Ph. D. (Tech.) B.P. Kutko*  
*(FAI «ROSDORNII»)*  
*Contact information: kutko@rosdornii.ru*

*The paper deals with a method for complex optimization of the concrete composition based on the linear theory of packing density, coating thickness, and procedure for visualizing the rheological properties of concrete mixtures and concrete strength depending on the components consumption. The concept includes economic indicators. The calculation base of the method has been tested both on previously known experimental results and on the author's results. The scope of the complex optimization method covers both rigid and easily workable concrete mixes with arbitrary granulometry and different amount of aggregates. The key optimization parameters, such as water-cement ratio, aggregates ratio, air entrainment, etc., have a clear technological meaning.*  
**Key words:** *packaging density, optimization of concrete mixes recipes, grains coating thickness, mathematical modeling.*

---

Рецензенты: д-р техн. наук А.В. Кочетков; заместитель начальника управления лабораторного обеспечения деятельности ОЦК С.Г. Беспалов (ФАО «РОСДОРНИИ»).

Статья поступила в редакцию: 14.08.2020 г.