

УДК 625.745.12:624.21+694+693.55:51-74

**К ОПРЕДЕЛЕНИЮ И ВОСПРИЯТИЮ СДВИГАЮЩИХ
УСИЛИЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПО КОНТАКТУ БЕТОНА С
ДЕРЕВОМ В ДЕРЕВОЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПРОЛЕТНЫХ
СТРОЕНИЯХ АВТОДОРОЖНЫХ МОСТОВ
ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ СРЕДЫ**

Д-р. техн. наук, профессор **П.М. Саламахин**
(Московский автомобильно-дорожный
государственный технический университет (МАДИ)),
канд. техн. наук **И.В. Решетников**
(филиал АО «Мосинжпроект»),
канд. техн. наук **В.Г. Решетников**
(АО «СОЮЗДОРПРОЕКТ»)
Конт. информация: pavel-salamahin@mail.ru;
wgresh@mail.ru;
remmostproekt@mail.ru

В статье на основе вывода и решения дифференциального уравнения напряженного состояния деревожелезобетонной балки под воздействием изменения температуры среды исследовано влияние отрицательной температуры среды на напряженное состояние и размеры поперечных сечений деревожелезобетонных балок пролетных строений автодорожных мостов с помощью разработанной программы их автоматизированного проектирования.

Ключевые слова: *деревожелезобетонная балка, температура окружающей среды, дифференциальное уравнение, скалывающие напряжения по контакту бетон-дерево, нормальные напряжения в бетоне и древесине.*

Введение

В деревожелезобетонных пролетных строениях автодорожных мостов вследствие различных температурных удлинений бетона и дерева при изменении температуры окружающей среды возникают дополнительные напряжения на контакте бетона и дерева, которые следует учитывать при их проектировании. В России в настоящее время отсутствуют четкие рекомендации по проектированию деревожелезобетонных пролетных строений автодорожных мостов с учетом особенностей их работы при изменении температуры окружающей среды. Среди наибо-

лее значимых научных работ, выполненных к настоящему времени в России, посвященных изучению этих дополнительных напряжений, следует указать работы В.И. Кулиша [1] и Ю.О. Мельникова [2]. Но при использовании их рекомендаций для определения температурных напряжений в деревожелезобетонных балках от температуры окружающей среды возникают трудности, вызываемые отсутствием в доступных публикациях полного комплекса необходимых данных о методике их разработки. В связи с этим возникла необходимость получения собственного решения этой задачи для использования в разрабатываемой программе автоматизированного проектирования различных конструктивных решений деревожелезобетонных пролетных строений автодорожных мостов.

Постановка задачи

Рассмотрим задачу о возникновении дополнительных сдвигающих напряжений по плоскости контакта деревянной балки с железобетонной плитой проезжей части автодорожных мостов при изменении температуры среды. Пусть деревобетонная балка длиной L составлена из клееной деревянной балки и железобетонной плиты при объединении их клеем или необходимым количеством нагелей для исключения скольжения плиты по балке (рис. 1). Такое объединение плиты с деревянной балкой позволяет для расчета этой конструкции использовать методы сопротивления материалов, основанные на гипотезе плоских сечений.

Пусть в поперечном сечении деревянная балка имеет высоту h_d и ширину b_d , а железобетонная плита имеет ширину b_b и высоту h_b (рис. 2).

Рабочая арматура в плите по условиям ее работы в мостовой конструкции расположена в поперечном направлении, в продольном направлении расположена лишь конструктивная арматура, небольшое количество которой в продольном направлении не будем учитывать при вычислении геометрических характеристик плиты.

Обозначим модуль упругости древесины вдоль волокон через E_d , модуль упругости бетона вдоль балки – E_b , площади поперечного сечения железобетонной плиты – A , деревянной балки – A_d , моменты инерции железобетонной плиты – I_b , деревянной балки – I_d , полную высоту деревобетонной балки – $h = h_b + h_d$, радиус кривизны составного сечения – r , коэффициенты линейного температурного расширения бетона – α_b , дерева – α_d .

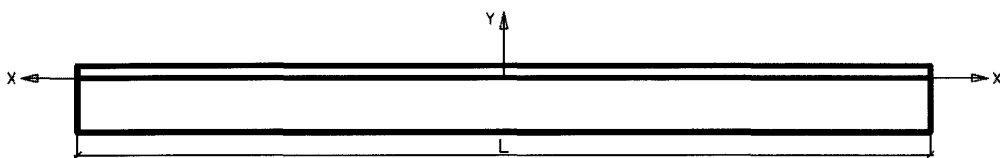


Рис. 1. Продольная схема деревожелезобетонной балки с принятой системой координат

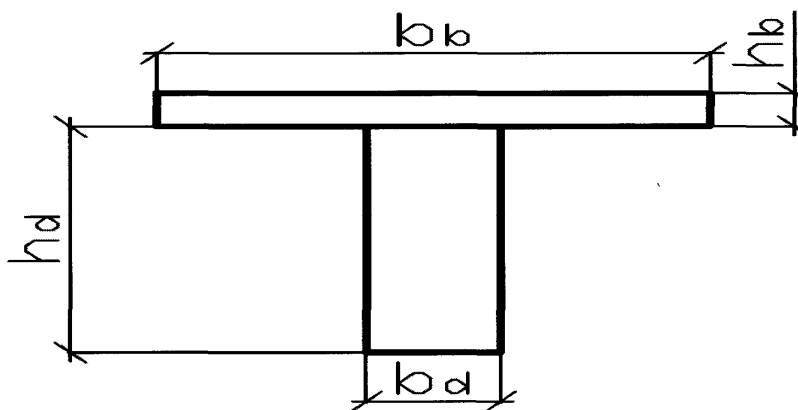


Рис. 2. Поперечное сечение деревожелезобетонной балки

Учтем, что в России наибольшее возможное отклонение температуры среды по отношению к температуре среды при строительстве моста соответствует зимним условиям. Обозначим возможный температурный перепад через Δt , а разность значений коэффициентов температурного линейного расширения бетона и древесины – $\Delta \alpha$. При понижении температуры среды бетон, имеющий больший коэффициент линейного расширения, будет более интенсивно укорачиваться, чем древесина. Но на границе контакта этому противодействует древесина. В связи с этим при их совместном взаимодействии, при их непрерывной связи между собой, бетон будет подвергаться растяжению и изгибу, а дерево – сжатию и изгибу, т.е. будет происходить изгиб составной балки с вогнутостью в сторону железобетонной плиты.

Вывод дифференциального уравнения

Рассматривая участок балки, расположенный между двумя поперечными сечениями $m_1 n_1$ и $m_2 n_2$ (рис. 3) на произвольном участке балки по ее длине, и, следуя приему, предложенному С.П. Тимошенко при решении аналогичной задачи [3], можем внутренние усилия по попе-

речному сечению бетонной плиты привести к растягивающему усилию $T_1(x)$ и паре сил $M_1(x)$. Подобным образом внутренние силы в деревянной балке можем привести к сжимающему усилию $T_2(x)$ и паре сил $M_2(x)$.

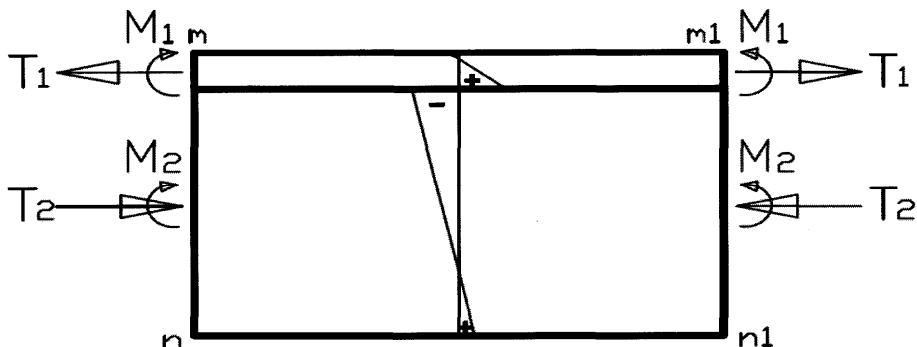


Рис. 3. Схема усилий и напряжений на произвольном участке балки

Внутренние силы в любом поперечном сечении по длине балки должны быть в равновесии, поэтому должны выполняться условия (1):

$$|T_1(x)| = |T_2(x)| = T(x) \quad \frac{T(x)h}{2} = M_1(x) + M_2(x) \quad (1)$$

где

$$M_1(x) = \frac{E_b I_b}{r(x)} \quad , \quad M_2(x) = \frac{E_d I_d}{r(x)} \quad (2)$$

С учетом (1) и (2) получаем связь между сдвигающей силой и радиусом кривизны составной балки в любом сечении балки:

$$T(x) = \frac{2}{hr(x)} (E_b I_b + E_d I_d) \quad (3)$$

Для определения неизвестных $T(x)$ и $r(x)$ в (3), кроме уравнения (3), следуя также [3], используем уравнение (4) из условия, что по поверхности контакта бетона и дерева относительные деформации материалов должны быть одинаковыми:

$$-\alpha_b \Delta t + \frac{T(x)}{E_b A_b} + \frac{h_b}{2r(x)} = -\alpha_d \Delta t - \frac{T(x)}{E_d A_d} - \frac{h_d}{2r(x)} \quad (4)$$

где

$\alpha_b \Delta t$ – относительная деформация укорочения бетона от Δt ;

$\frac{T(x)}{E_b A_b}$ – относительная деформация удлинения бетона

от воздействия $T(x)$;

$\frac{h_b}{2r(x)}$ – относительная деформация удлинения нижней кромки бетона от изгиба балки;
 $\alpha_d \Delta t$ – относительная деформация укорочения дерева от Δt ;
 $-\frac{T(x)}{E_d A_d}$ – относительная деформация укорочения дерева от воздействия $T(x)$;
 $-\frac{h_d}{2r(x)}$ – относительная деформация укорочения верхней кромки дерева от изгиба балки.

Из (4) получаем:

$$T(x) \left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_d A_d} \right) + \frac{h}{2r(x)} = \Delta \alpha \Delta t \quad (5)$$

С учетом (3) получаем:

$$\frac{2}{hr(x)} (E_b I_b + E_d I_d) \left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_d A_d} \right) + \frac{h}{2r(x)} = \Delta \alpha \Delta t \quad (6)$$

Далее:

$$\frac{1}{r(x)} \left(\frac{h}{2} + \frac{2}{h} (E_b I_b + E_d I_d) \left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_d A_d} \right) \right) = \Delta \alpha \Delta t \quad (7)$$

Из (7) получаем кривизну (8) в рассматриваемом сечении:

$$\frac{1}{r} = \frac{\Delta \alpha \Delta t}{\left(\frac{h}{2} + \frac{2}{h} (E_b I_b + E_d I_d) \left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_d A_d} \right) \right)} \quad (8)$$

При подстановке кривизны в (3) получаем значение $T(x)$ в виде (9):

$$T(x) = \frac{2 \Delta \alpha \Delta t (E_b I_b + E_d I_d)}{\left(\frac{h^2}{2} + 2 (E_b I_b + E_d I_d) \left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_d A_d} \right) \right)} \quad (9)$$

Для учета изменения $T(x)$ в функции координаты x заметим далее, что ее первая производная по длине является равной по величине и обратной по знаку погонной нагрузке $g(x)$, соответствующей интенсивности сопротивления сдвигу по границе контакта двух материалов и определяемой по формуле:

$$g(x) = -G \Delta \alpha \Delta t dx \quad (10)$$

где

G – модуль сдвига на границе двух материалов, принимаемый в зависимости от конструкции соединения материалов (как с помощью клея, так и с помощью нагелей, или совместного их применения);

$\Delta \alpha \Delta t$ – относительная деформация сдвига по границе контакта, вызываемая изменением температуры среды по сравнению с температурой среды в период строительства моста.

С учетом выше приведенного записываем (11):

$$\frac{dT(x)}{dx} = G\Delta\alpha\Delta t dx \quad (11)$$

и получаем затем значение второй производной (12):

$$\frac{d^2T(x)}{dx^2} = G\Delta\alpha\Delta t \quad (12)$$

Из (12) имеем:

$$\frac{d^2T(x)}{dx^2} \frac{1}{G} = \Delta\alpha\Delta t \quad (13)$$

Из (9) имеем:

$$\frac{\left(\frac{\hbar^2}{2} + 2(E_b I_b + E_d I_d)\left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_d A_d}\right)\right)}{2(E_b I_b + E_d I_d)} T(x) = \Delta\alpha\Delta t \quad (14)$$

С учетом (13) и (14) и несложного преобразования получаем дифференциальное уравнение (15) для определения $T(x)$:

$$\frac{d^2 T(x)}{dx^2} - G \frac{\left(\frac{\hbar^2}{2} + 2(E_b I_b + E_d I_d)\left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_d A_d}\right)\right)}{2(E_b I_b + E_d I_d)} T(x) = 0 \quad (15)$$

Решение дифференциального уравнения

Характеристическое уравнение для (15) имеет вид (16):

$$k^2 - G \frac{\left(\frac{\hbar^2}{2} + 2(E_b I_b + E_d I_d)\left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_d A_d}\right)\right)}{2(E_b I_b + E_d I_d)} = 0 \quad (16)$$

Его два действительных корня имеют значения (17):

$$k_{1,2} = \pm \sqrt{G \frac{\left(\frac{\hbar^2}{2} + 2(E_b I_b + E_d I_d)\left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_d A_d}\right)\right)}{2(E_b I_b + E_d I_d)}} \quad (17)$$

Общее решение дифференциального уравнения в этом случае [6] имеет вид (18):

$$T(x) = C_1 e^{kx} - C_2 e^{-kx} \quad (18)$$

При принятой системе координат (рис. 1) в силу симметрии напряженного состояния с учетом физики рассматриваемого явления при $x=0$ $T(x) = 0$.

Тогда:

$$T(x=0) = C_1 - C_2 = 0, \Rightarrow C_1 = C_2 = C \Rightarrow T(x) = C(e^{kx} - e^{-kx}); \quad (19)$$

$$\frac{dT(x)}{dx} = C k(e^{kx} + e^{-kx}) = G\Delta\alpha\Delta t dx \Rightarrow C = \frac{G\Delta\alpha\Delta t dx}{k(e^{kx} + e^{-kx})} \quad (20)$$

Общее решение (18) дифференциального уравнения с учетом (19) и (20) приобретает вид (21):

$$T(x) = \frac{G\Delta\alpha\Delta t}{k} \frac{(e^{kx} - e^{-kx})}{(e^{kx} + e^{-kx})} dx = \frac{G\Delta\alpha\Delta t}{k} thkx dx \quad (21)$$

Максимальное значение сдвигающей силы в приопорном сечении при $x=L/2$ определим интегрированием:

$$T_{\max} = \frac{G\Delta\alpha\Delta t}{k} \int_{L/2-1}^{L/2} thkx dx = \frac{G\Delta\alpha\Delta t}{k^2} (\ln ch k(\frac{L}{2}) - \ln ch k(\frac{L}{2} - 1)) \quad (22)$$

Максимальное сдвигающее напряжение в приопорном сечении реальной балки при $x=L/2$:

$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{b_d} \quad (23)$$

Анализ решения

При вычисленных $M_b \cdot M_d$ $T(x)$ с использованием (2), (9) и (21) представляется возможным вычислить нормальные напряжения в кромках бетонной плиты и деревянной балки по следующим формулам:

$$\sigma_{bm} = \pm \frac{M_1 h_b}{I_b} ; \sigma_{bt} = \frac{T(x)}{A_b} ; \sigma_{dm} = \pm \frac{M_2 h_d}{I_d} ; \sigma_{dt} = -\frac{T(x)}{A_d} \quad (24)$$

$$\sigma_b^{\text{верх}} = -\frac{M_1 h_b}{I_b} + \frac{T(x)}{A_b} ; \sigma_b^{\text{нижн}} = \frac{M_1 h_b}{I_b} + \frac{T(x)}{A_b} \quad (25)$$

$$\sigma_d^{\text{верх}} = -\frac{M_2 h_d}{I_d} - \frac{T(x)}{A_d} ; \sigma_d^{\text{нижн}} = \frac{M_2 h_d}{I_d} - \frac{T(x)}{A_d} \quad (26)$$

Для пролета $L=12$ м и $L=21$ м с помощью разработанной программы автоматизированного проектирования были спроектированы по три варианта пролетных строений шириной 10,3 м, отличающихся тем, что первые варианты выполнены без учета возникающих дополнительных напряжений при воздействии изменения температуры окружающей среды, а второе и третье с их учетом. При этом вторые варианты пролетных строений проектировались на перепад температуры среды от 20°C до -30°C , т. е. на $\Delta t = 50^\circ\text{C}$, а третьи варианты на перепад температуры среды от 20°C до -40°C , т. е. на $\Delta t = 60^\circ\text{C}$.

В табл. 1, 2 приведены для сравнения основные выходные данные для этих вариантов пролетных строений.

Таблица 1

Основные исходные и выходные данные о пролетных строениях для пролета 12 м

<i>Наименование данных</i>	<i>1 вариант</i>	<i>2 вариант</i>	<i>3 вариант</i>
<i>Разница температур среды Δt</i>	0	50	60
<i>Разница значений коэффициентов линейного расширения $\Delta \alpha$</i>	0,000005	0,000005	0,000005
<i>Количество балок в поперечном сечении моста, шт.</i>	8	8	8
<i>Ширина балок, м</i>	0,25	0,25	0,25
<i>Высота деревянных балок, м</i>	1,025	1,025	1,025
<i>Толщина железобетонной плиты, м</i>	0,13	0,13	0,13
<i>Ширина железобетонной плиты, м</i>	1,0375	1,0375	1,0375
<i>Полная высота балки*, м</i>	1,277	1,277	1,277
<i>Количество пар нагелей по контакту бетон-дерево от опоры до середины пролета, шт.</i>	12	20	22
<i>Дополнительные касательные напряжения по контакту бетон-дерево от Δt, МПа</i>	0	0,75	1,0
<i>Дополнительные нормальные напряжения по нижней кромке дерева от Δt, МПа</i>	0	1,57	1,89
<i>Касательные напряжения по контакту бетон-дерево при эксплуатации, МПа</i>	1,166	1,94	2,0
<i>Растягивающие напряжения по нижней кромке дерева при эксплуатации, МПа</i>	9,56	11,4	11,5
<i>Касательные напряжения на нейтральной оси при эксплуатации, МПа</i>	1,49	1,49	1,49
<i>Стоимость пролетного строения, руб.</i>	1174021	1175078	1175342

Примечание: * Полная высота балки:

- толщина асфальтобетона 7 см;
- толщина защитного слоя бетона 3 см;
- толщина гидроизоляции 1 см;
- толщина горизонтального металлического листа между бетоном и деревом 12 мм = 122 мм.

*Основные исходные и выходные данные
о пролетных строениях для пролета 21 м*

<i>Наименование выходных данных</i>	<i>1 вариант</i>	<i>2 вариант</i>	<i>3 вариант</i>
<i>Разница температур среды Δt</i>	0	50	60
<i>Разница значений коэффициентов линейного расширения $\Delta \alpha$</i>	0,000005	0,000005	0,000005
<i>Количество балок в поперечном сечении моста, шт.</i>	10	10	10
<i>Ширина балок, м</i>	0,15	0,15	0,15
<i>Высота деревянных балок, м</i>	1,8	1,8	1,8
<i>Толщина железобетонной плиты, м</i>	0,13	0,13	0,13
<i>Ширина железобетонной плиты, м</i>	0,88	0,88	0,88
<i>Полная высота балки*, м</i>	2,052	2,052	2,052
<i>Количество пар нагелей по контакту бетон-дерево от опоры до середины пролета, шт.</i>	12	28	31
<i>Дополнительные касательные напряжения по контакту бетон-дерево от Δt, МПа</i>	0	1,17	1,55
<i>Дополнительные нормальные напряжения по нижней кромке дерева от Δt, МПа</i>	0	1,57	1,88
<i>Касательные напряжения по контакту бетон-дерево при эксплуатации, МПа</i>	1,166	2,35	2,6
<i>Растягивающие напряжения по нижней кромке дерева при эксплуатации, МПа</i>	10,6	12,21	12,53
<i>Касательные напряжения на нейтральной оси при эксплуатации, МПа</i>	1,49	1,49	1,49
<i>Стоимость пролетного строения, руб.</i>	2461312	2463955	2464450

*Примечание:** Полная высота балки:

- толщина асфальтобетона 7 см;
- толщина защитного слоя бетона 3 см;
- толщина гидроизоляции 1 см;
- толщина горизонтального металлического листа между бетоном и деревом 12 мм = 122 мм.

На основе анализа приведенных выше данных установлено следующее:

1. Заданный реально возможный для условий России диапазон перепада температуры при использовании третьего способа учета и восприятия дополнительных сдвигающих напряжений, возникающих по контакту дерева с бетоном в деревожелезобетонных пролетных строениях с пролетами до 21 м, не оказывает влияния на оптимальные значения их всех независимых параметров.
2. Высота балок и их ширина во всех вариантах пролетных строений определяются условиями прочности древесины по сдвигу на нейтральной оси 1,5 МПа.
3. Растягивающие напряжения по нижним кромкам деревянных балок не достигают расчетных сопротивлений 15 МПа, даже с учетом дополнительных растягивающих напряжений от перепада температуры.
4. Возможный перепад температуры окружающей среды вызывает значительные дополнительные сдвигающие напряжения по контакту *бетон-дерево*, что определяет необходимость постановки дополнительного количества нагелей для обеспечения условий прочности по сдвигу на этом контакте от совместного воздействия всех сдвигающих напряжений. В первых вариантах этих пролетных строений требуемое количество нагелей на контакте *бетон-дерево* определялось лишь с учетом воздействия постоянных и временных нагрузок.
5. Разница в стоимости вариантов пролетных строений, спроектированных с учетом воздействия отрицательных температур среды, определяется лишь несущественным увеличением стоимости за счет использования дополнительных нагелей, не достигая 0,5% от общей стоимости пролетного строения.

Заключение

1. Выполненное исследование влияния отрицательных температур среды на напряженное состояние и размеры поперечных сечений деревожелезобетонных пролетных строений автодорожных мостов позволило сделать вывод о том, что возникающие дополнительные напряжения от воздействия отрицательной температуры среды не создают существенных трудностей для применения деревожелезобетонных пролетных строений автодорожных мостов с пролетами до 21 м в условиях России.
2. Показано, что возникающие дополнительные скалывающие напряжения по контакту дерева с бетоном могут быть успешно

восприняты дополнительным количеством специально устанавливаемых стальных нагелей, при этом размеры поперечного сечения пролетного строения сохраняются. Стоимость пролетного строения при этом возрастает только за счет необходимости постановки дополнительного количества нагелей, что составляет менее 1% от стоимости пролетного строения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кулиш В.И. Клееные деревянные мосты с железобетонной плитой / В.И. Кулиш. – М.: Транспорт, 1979. – 160 с.
2. Мельников Ю.О. Влияние температурных деформаций на напряженное состояние деревобетонных мостовых балок. Теоретические и экспериментальные исследования мостов и строительных конструкций / Ю.О Мельников // Сборник научных трудов. – Омск, 1971. – № 4. – С. 87-96.
3. Тимошенко С.П. Сопротивление материалов. Часть I / С.П. Тимошенко. – М.: Физматгиз, 1960. – С. 188-190.
4. Rug W., Lißner K. Holz-Beton-Verbundbauweise in der Praxis. In: Holz-Beton-Verbund, Innovationen im Bauwesen, 2004. – Leipzig, 2004. – S. 1-9.
5. Kuhlmann U., Schanzlin J. Berechnung von Holz-Beton-Verbunddecken-Neuere. Entwicklungen. – Massibauseminar 2005: Bauakademie FH Viberach: 2005.
6. Гутер Р.С. Дифференциальные уравнения / Р.С. Гутер, А.Р. Янпольский. – М.: Высшая школа, 1976. – 304 с.

LITERATURA

1. Kulish V.I. Kleenye derevjannye mosty s zhelezobetonnoj plitoj / V.I. Kulish. – М.: Transport, 1979. – 160 s.
2. Mel'nikov Ju.O. Vlijanie temperaturnyh deformacij na naprjazhennoe sostojanie derevobetonnyh mostovyh balok. Teoreticheskie i jeksperimental'nye issledovaniya mostov i stroitel'nyh konstrukcij / Ju.O Mel'nikov // Sbornik nauchnyh trudov. – Омск, 1971. – # 4. – S. 87-96.
3. Timoshenko S.P. Soprotivlenie materialov. Chast' I / S.P. Timoshenko. – М.: Fizmatgiz, 1960. – S. 188-190.
4. Rug W., Lißner K. Holz-Beton-Verbundbauweise in der Praxis. In: Holz-Beton-Verbund, Innovationen im Bauwesen, 2004. – Leipzig, 2004. – S. 1-9.

5. Kuhlmann U., Schanzlin J. Berechnung von Holz-Beton-Verbunddecken-Neuere. Entwicklungen. – Massibauseminar 2005: Bauakademie FH Biberach: 2005.
6. Guter R.S. Differencial'nye uravnenija / R.S. Guter, A.R. Janpol'skij. – M.: Vysshaja shkola, 1976. – 304 s.

ABOUT DETERMINATION AND PERCEPTION OF SHEARING FORCES ARISING ALONG CONCRETE AND WOOD CONTACT IN WOOD-REINFORCED CONCRETE SPANS WHEN ENVIRONMENT TEMPERATURE CHANGING

Doctor of Engineering, Professor **P.M. Salamakhin**
(Moscow Automobile and Road Construction

State Technical University (MADI)),
Ph. D. (Tech.) **I.V. Reshetnikov**
(JSC «Mosinzhproekt» branch),
Ph. D. (Tech.) **V.G. Reshetnikov**
(JSC «Soyuzdorproekt» Institute)

Contact information: pavel-salamahin@mail.ru;
wgresh@mail.ru;
remmostproekt@mail.ru

The article dwells upon the study of the effect of the negative environment temperature on the stressed state and the dimensions of the cross sections of the wood-reinforced concrete beams of road bridge spans using the developed program of their automated design on the basis of the derivation and solution of the differential equation of the stressed state of a wood-reinforced concrete beam.

Key words: *wood-reinforced concrete beam, environment temperature, differential equation, shear stresses along concrete-wood contact, normal stresses in concrete and wood.*

Рецензент: канд. техн. наук М.И. Шейнцвит (ФАУ «РОСДОРНИИ»).
Статья поступила в редакцию: 27.07.2015 г.