

## МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ ДОРОЖНЫХ ПОКРЫТИЙ

Д-р физ.-мат. наук, профессор **О.В. Матвиенко**,  
канд. физ.-мат. наук **В.П. Базуев**,

аспирант **В.С. Чурилин**

(Томский государственный архитектурно  
-строительный университет)

Контактная информация: [matvolegv@mail.ru](mailto:matvolegv@mail.ru);

[slab@mail.tomsknet.ru](mailto:slab@mail.tomsknet.ru);

[lex-16-2008@mail.ru](mailto:lex-16-2008@mail.ru)

---

*В статье показана математическая модель, описывающая напряжения и деформации асфальтобетонного пакета при неравномерном поднятии поверхности покрытия. Основная цель рассматриваемого исследования заключается в обеспечении качества проектирования морозостойчивых нежестких дорожных одежд. Для реализации цели исследованы деформации, возникающие в дорожном покрытии при неравномерном пучении грунтов земляного полотна. Построена схема деформации участка дорожного покрытия в результате неравномерного пучения грунтов земляного полотна. Разработанная модель позволит определять допускаемые значения поднятия поверхности покрытия с учетом различных факторов, которые необходимы для более качественного проектирования морозостойчивых нежестких дорожных одежд.*

**Ключевые слова:** математическая модель, дорожная одежда, напряжение, деформация, поле перемещений.

---

Основными видами воздействий, вызывающими появление в пакете асфальтобетонных слоев (далее асфальтобетонный пакет) напряжений и деформаций в зимнее время, являются:

- транспортные нагрузки;
- температурные колебания;
- деформации нижележащих слоев дорожной конструкции (в результате пучения грунтов земляного полотна).

Вышеперечисленные виды воздействий могут возникать одновременно или по отдельности. Условия действия того или иного фактора, величины возникающих напряжений и их продолжительность полностью зависят от конкретных условий и не являются постоянными. Напряжения и деформации, возникающие в дорожной конструкции в

результате действия эксплуатационных нагрузок, зависят от реологических свойств применяемых материалов. Чтобы сформулировать требования к реологическим свойствам битумоминеральных материалов (в том числе асфальтобетон) при отрицательных температурах, необходимо выделить наиболее опасные (критические) режимы воздействия указанных факторов, которые могут быть приняты за расчетные при проектировании нежестких дорожных одежд [1].

Согласно исследованиям к.т.н. С.В. Бельковского [2], наиболее неблагоприятным фактором, вызывающим критические деформации в покрытии в зимнее время, является неравномерное его поднятие в результате пучения глинистых грунтов земляного полотна.

В [3] показаны, какие пределы неравномерного поднятия покрытия можно допустить, чтобы избежать образования трещин на покрытии. В той же работе предложены общие толщины дорожных одежд исходя из необходимой прочности. Однако с учетом возрастающих требований к ровности покрытия рекомендовано рассматривать допускаемые значения поднятия поверхности покрытия исходя не только из прочности, но и ровности.

Наиболее интересны исследования в области напряженно-деформированного состояния дорожных одежд [4-6]. Однако следует отметить, что моделировалось краткосрочное действие нагрузки от колеса автомобиля на покрытие (около 0,1 с), а процесс деформирования покрытия в результате пучения грунтов земляного полотна продолжается весь зимний период с постепенным нарастанием напряжений и деформаций в дорожной одежде.

Среди задач, решение которых связано с оценкой неравномерности поднятия поверхности покрытия, одно из важных мест занимает освещение вопроса о допустимой величине поднятия поверхности покрытия исходя из необходимой ровности в продольном направлении. Несмотря на очевидную теоретическую и прикладную значимость характера изменения допустимой величины поднятия поверхности покрытия, исходя из необходимой ровности в продольном направлении, ее изучению не уделялось достаточного внимания, о чем свидетельствуют сведения, опубликованные в работе [7].

С целью исследования данного вопроса специалистами Томским государственным архитектурно-строительным университетом разработана математическая модель, характеризующая напряжения и деформации в асфальтобетонном пакете в результате пучения грунтов земляного полотна в зимний период. В настоящее время для описания напряженно-деформационного состояния используют нелинейно-упругий и упруго-пластический методы. Модель идеальной упруго-пластической среды использовалась при решении различных задач механики грунтов и, в

частности, нашла эффективное применение при решении смешанной задачи теорий упругости и пластичности грунтов [8].

Решение смешанной задачи [8,9] должно удовлетворять в областях допредельного (упругого) и предельного напряженных состояний одним и тем же уравнениям равновесия, геометрическим соотношениям, но различным в этих областях физическим уравнениям и условию предельного равновесия в пластической области. При этом в процессе решения должна быть найдена упругопластическая граница, разделяющая области упругого и предельного равновесия. В такой постановке смешанная задача может быть решена только численно.

В основе математической модели лежат уравнения равновесия, которые в форме Коши имеют вид [8]:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} = -b_j, \quad (1)$$

где

$\sigma_{ij}$  – компоненты тензора напряжения;

$b_j$  – компоненты вектора внешних массовых сил;

$i, j$  – индексы, относящиеся к координатным осям.

При записи уравнения (1) используется общепринятое в механике сплошных сред соглашение Эйнштейна о суммировании [10].

Для построения моделей деформационного поведения материала необходимо установить связь между девиаторами деформации  $\epsilon^d$  и напряжений  $\tau_{ij} = \sigma_{ij} + p\delta_{ij}$  [10], где гидростатическое давление

$p = -\frac{1}{3}\sigma_{ii}$  является первым инвариантом тензора напряжения. Для изотропных сред это соотношение не должно зависеть от выбора направления осей декартовой системы координат. В тензорно-линейных моделях такая связь задается соотношением:

$$\tau_{ij} = 2K\epsilon_{ij}^d, \quad (2)$$

в котором  $K$  может зависеть от второго и третьего инвариантов девиатора тензора деформаций  $\epsilon^d$ .

Тензор деформаций  $\epsilon$  и его девиатор  $\epsilon^d$  определяются соотношениями Коши:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right); \quad \varepsilon_{ij}^d = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}. \quad (3)$$

В классических моделях предполагается зависимость  $K$  только от второго инварианта тензора деформации. В качестве вторых инвариантов тензоров  $\varepsilon$  и  $\sigma$  удобно ввести параметры, характеризующие интенсивность сдвиговых деформаций  $U = \sqrt{2\varepsilon_{ij}^d \varepsilon_{ji}^d}$  и напряжений  $T = \sqrt{\tau_{ij} \tau_{ij} / 2}$ . Тогда из (2) вытекает следующее соотношение между инвариантами:

$$T = UK. \quad (4)$$

Если связь (4) установлена, то, подставляя ее в уравнения движения и присоединяя необходимые начальные и граничные условия, получим замкнутую систему для определения поля течения.

Рассмотрим основные модели деформируемых упругих сред.

Для абсолютно упругой среды предполагается линейная зависимость между девиаторами деформаций и напряжений. При этом коэффициент  $K$  имеет смысл модуля сдвига:  $K \equiv G$ . Таким образом, соотношение (4) можно записать в виде:

$$T = GU. \quad (5)$$

Переходя к индексной форме записи, обобщенный закон Гука представим в виде [9]:

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2G \varepsilon_{ij}, \quad (6)$$

где

$\lambda$  – коэффициент Ламе.

В случае жесткопластической среды Сен-Венана для коэффициента  $K$  предполагается следующая зависимость от инварианта  $U$  [9]:  $K = \tau_s / U$ . Отсюда получим соотношения:

$$T = \tau_s; \quad \sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + 2\tau_s \varepsilon_{ij}^d / U. \quad (7)$$

Соотношения (7) справедливы в зоне пластических деформаций. При  $T < \tau_s$  среда ведет себя как абсолютно твердое тело:  $U = 0$ .

Модель упругопластической среды Прандтля является комбинацией модели абсолютно упругой среды Гука и жесткопластической среды Сен-Венана. В рамках этой модели предполагается, что ниже предела текучести  $\tau_s$  поведение среды является упругим и описывается обобщенным законом Гука, после достижения  $\tau_s$  – пластическим и описыва-

ется соотношениями (7). Для коэффициента  $K$  в этом случае предполагается следующая зависимость от инварианта  $U$  [9]:

$$K = \begin{cases} G, & T < \tau_s \\ \tau_s/U, & T = \tau_s \end{cases} . \quad (8)$$

Отсюда соотношения между тензором деформаций и тензором напряжений примут вид:

$$\sigma_{ij} = \left( \lambda + \frac{2}{3} G \right) \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2K \left( \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right) . \quad (9)$$

Подстановка соотношений (9) в уравнение равновесия (1) позволит записать уравнения, определяющие поле деформаций и перемещений:

$$\left( \lambda + \frac{2}{3} G \right) \frac{\partial \varepsilon_{kk}}{\partial x_i} \delta_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ 2K \left( \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right) \right] = -b_j ; \quad (10)$$

$$\left( \lambda + \frac{2}{3} G \right) \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_k} \delta_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ K \left( \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] = -b_j . \quad (11)$$

Рассмотрим случай плоского деформированного состояния, при котором перемещения могут быть записаны в виде:

$$u_x = u_x(x, y) ; \quad u_y = u_y(x, y) ; \quad u_z = 0 . \quad (12)$$

Деформации в случае плоского деформированного состояния будут равны:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} , \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} , \quad \varepsilon_{xy} = \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) , \quad \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zz} = 0 . \quad (13)$$

Компоненты тензора напряжений в рассматриваемом случае будут равны:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \left( \lambda + \frac{2}{3} G \right) \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + \frac{2}{3} K \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) ; \\ \sigma_{xy} &= K \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) ; \\ \sigma_{xz} &= 0 ; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{yy} &= \left( \lambda + \frac{2}{3} G \right) \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + \frac{2}{3} K \left( \frac{\partial u_y}{\partial y} - \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) ; \\ \sigma_{yz} &= 0 ; \\ \sigma_{zz} &= \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) . \end{aligned} \quad (15)$$

Система уравнений (11) в случае плоского деформированного состояния примет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \lambda + \frac{2}{3}(G-K) \right) \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + 2K \frac{\partial u_x}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ K \left( \left( \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \right) \right] = 0 ; \quad (16)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \lambda + \frac{2}{3}(G-K) \right) \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + 2K \frac{\partial u_y}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ K \left( \left( \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \right) \right] = \rho g . \quad (17)$$

Для решения систем уравнений (16, 17) необходимо задать граничные условия. На нижней границе расчетной области (на подошве покрытия) зададим перемещения точек сплошной среды:

$$y = 0 : u_x = -u_{0x} \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) ; \quad u_y = u_{0y} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) . \quad (18)$$

На верхней внешней границе покрытия перемещения точек аппроксимируются зависимостями:

$$y = H : \quad u_x = -u_{Hx} \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) , \quad u_y = u_{Hy} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) . \quad (19)$$

На боковых границах предполагается отсутствие перемещений:

$$x = 0 : \quad u_x = 0 , \quad u_y = 0 ; \quad (20)$$

$$x = L : \quad u_x = 0 , \quad u_y = 0 . \quad (21)$$

Если деформации являются упругими ( $T < \tau_s$ ), то система уравнений (16, 17) с граничными условиями (20, 21) имеет аналитическое решение. В этом случае уравнения (16, 17) можно записать в виде:

$$(\lambda + G) \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \right] + G \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + G \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = 0 . \quad (22)$$

$$(\lambda + G) \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \right] + G \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + G \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} = \rho g . \quad (23)$$

Продифференцируем первое уравнение из системы (22, 23) по  $x$ , а второе – по  $y$ , а затем просуммируем полученные выражения. В результате получим:

$$(\lambda + 2G) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \right] = 0 \quad (24)$$

Таким образом, объемная деформация в упругом изотропном теле является гармонической функцией, удовлетворяющей уравнению Лапласа.

Вычислим оператор Лапласа от уравнений (24):

$$\frac{\partial^4 u_x}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u_x}{\partial y^4} = 0 \quad ; \quad (25)$$

$$\frac{\partial^4 u_y}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u_y}{\partial y^4} = 0 \quad . \quad (26)$$

Из (26) следует, что каждая из компонент вектора перемещений является бигармонической функцией.

С учетом граничных условий решение уравнений (26) будем искать в виде:

$$u_x = \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) f(y) \quad ; \quad u_y = \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) h(y) \quad , \quad (27)$$

где

$f(y)$ ,  $h(y)$  – функции, подлежащие определению.

После подстановки решения (27) в уравнения (26) получим:

$$\left(\frac{2\pi}{L}\right)^4 f(y) - 2\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 f''(y) + f^{IV}(y) = 0 \quad ; \quad (28)$$

$$\left(\frac{\pi}{L}\right)^4 h(y) - 2\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 h''(y) + h^{IV}(y) = 0 \quad . \quad (29)$$

Решением уравнения (29) является линейная комбинация гиперболических функций:

$$f(y) = C_1 \operatorname{sh}(\mu_x y) + C_2 \operatorname{ch}(\mu_x y) ; \quad (30)$$

$$h(y) = C_3 \operatorname{sh}(\mu_y y) + C_4 \operatorname{ch}(\mu_y y) . \quad (31)$$

Определим собственные значения из решения биквадратных уравнений:

$$\left(\frac{2\pi}{L}\right)^4 - 2\mu_x^2 \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 + \mu_x^4 = 0 ; \quad (32)$$

$$\left(\frac{\pi}{L}\right)^4 - 2\mu_y^2 \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 + \mu_y^4 = 0 . \quad (33)$$

Из (33) следует:  $\mu_x = \frac{2\pi}{L}$  ;  $\mu_y = \frac{\pi}{L}$  .

Для определения констант интегрирования воспользуемся граничными условиями (28, 29).

На нижней границе должны выполняться условия:  $C_2 = -u_{0x}$ ,  $C_4 = u_{0y}$ .

Условия на верхней границе позволяют определить оставшиеся константы интегрирования:

$$C_1 = \frac{u_{0x} \operatorname{ch}\left(\frac{2\pi H}{L}\right) + u_{Hx}}{\operatorname{sh}\left(\frac{2\pi H}{L}\right)} ; \quad C_3 = \frac{-u_{0y} \operatorname{ch}\left(\frac{\pi H}{L}\right) + u_{Hy}}{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi H}{L}\right)} . \quad (34)$$

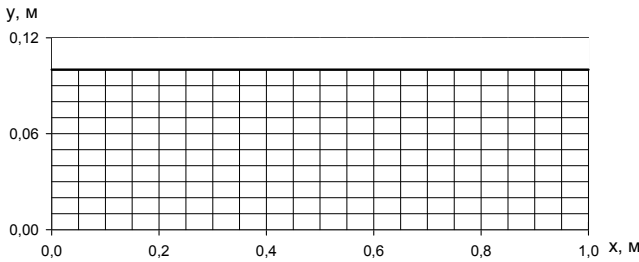
Если в результате приложенной нагрузки возникают пластические деформации, то система уравнений (16, 17) не имеет аналитического решения. Поэтому для решения необходимо использовать численные методы. Весьма удобным при этом является метод конечных элементов (МКЭ) [11]. При применении МКЭ можно легко проследить за развитием пластической области по конечным элементам, материал которых перешел в предельное состояние. Основная идея метода конечных элементов заключается в следующем: сплошная среда или конструкция моделируется путем разбиения ее на небольшие области (конечные элементы), в каждой из которых поведение среды описывается с помощью своего отдельного набора выбранных функций, представляющих перемещения или напряжения в указанной области. Целостность объекта обеспечивается взаимодействием конечных элементов в ряде точек, называемых узловыми точками или узлами. Математическое описание



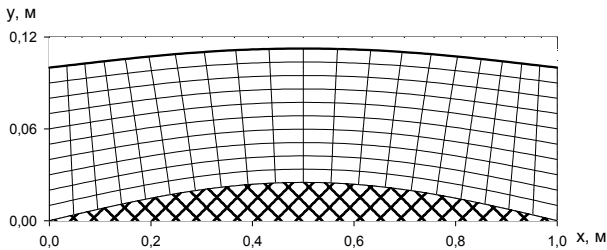
взаимодействия конечных элементов в узлах приводит к построению системы алгебраических уравнений, к решению которой, в конечном счете, и сводится решение исходной задачи.

На **рис. 1** показана схема деформации участка дорожного покрытия. Для удобства рассмотрения исследуемый участок дорожного покрытия разбит на 200 блоков, каждый из которых содержит 500 конечных элементов. В недеформируемом состоянии эти блоки являются прямоугольными параллелепипедами (в сечении – прямоугольниками – **рис. 1 а**). После приложения нагрузки происходит изгиб дорожного покрытия (**рис. 1 б**). При этом участки, расположенные в центральной части подвергаются растяжению в горизонтальном направлении, а на периферии – сжатию. В вертикальном направлении происходит сжатие элементов дорожного покрытия, причем максимальное сжатие испытывают слои, примыкающие к нижней границе дорожного покрытия.

*а)*

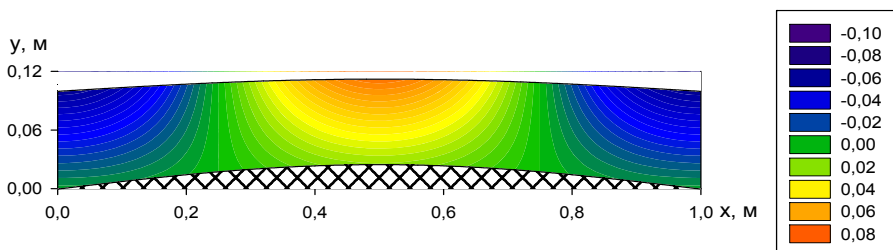


*б)*



**Рис. 1. Элемент участка дорожного покрытия:**  
*а) – до деформации, б) – после деформации*

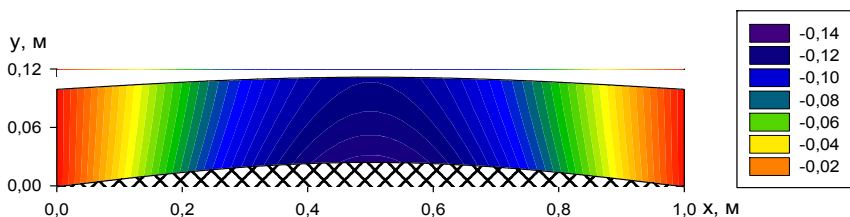
После определения полей перемещений  $u_x = u_x(x, y)$ ,  $u_y = u_y(x, y)$  можно определить компоненты тензора деформаций  $\epsilon_{ij}$ . На **рис. 2** показано распределение деформации растяжения в горизонтальном направлении  $\epsilon_{xx}$ .



**Рис. 2. Распределение деформации растяжения в горизонтальном направлении  $\epsilon_{xx}$ :**

$$u_{0x} = 0,1 \text{ см}; u_{Hx} = 1 \text{ см}; u_{0y} = 2,5 \text{ см}; u_{Hy} = 0,125 \text{ см}$$

Из рисунка видно, что в верхней части дорожного покрытия деформации растяжения/сжатия в горизонтальном направлении достигают максимального значения. При этом в центре рассматриваемого участка в области, где величина приложенной нагрузки максимальна, происходит растяжение материала. В верхних левом и правом углах вследствие особенностей закрепления материала – сжатие. В нижних слоях величина деформации  $\epsilon_{xx}$  уменьшается и вдоль нижней границы близка к нулю.

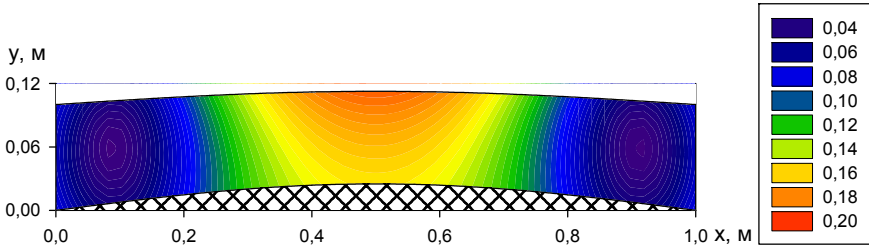


**Рис. 3. Распределение деформации растяжения в вертикальном направлении  $\epsilon_{yy}$ :**

$$u_{0x} = 0,1 \text{ см}; u_{Hx} = 1 \text{ см}; u_{0y} = 2,5 \text{ см}; u_{Hy} = 0,125 \text{ см}$$

Распределение деформации  $\epsilon_{yy}$ , характеризующей растяжение/сжатие в вертикальном направлении, представлено на **рис. 3**. Из ри-

сунка видно, что материал в вертикальном направлении подвергается сжатию. Максимальные значения  $\varepsilon_{yy}$  достигаются в центральной части вблизи нижней поверхности. По мере удаления от центра абсолютные значения деформации  $\varepsilon_{yy}$  уменьшаются.



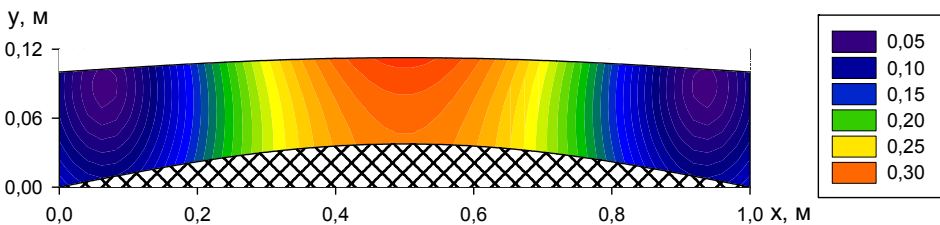
**Рис. 4. Распределение интенсивности сдвиговых деформаций  $U$ :**

$$u_{0x} = 0,1 \text{ см}; u_{Hx} = 1 \text{ см}; u_{0y} = 2,5 \text{ см}; u_{Hy} = 0,125 \text{ см}$$

Сдвиговые деформации в материале удобно характеризовать интенсивностью сдвиговых деформаций  $U = \sqrt{2\varepsilon_{ij}^d \varepsilon_{ji}^d}$ , распределение которой представлено на **рис. 4**.

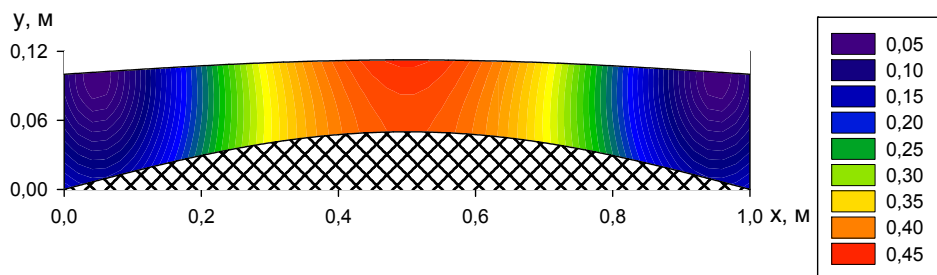
Как видно из **рис. 4**, максимальные сдвиговые напряжения достигаются в центральной части вблизи верхней границы. На краях величина интенсивности сдвиговых деформаций имеет наименьшие значения.

С увеличением значений параметра  $u_{0y}$ , характеризующего величину деформации нижнего слоя дорожного покрытия, происходит значительный рост сдвиговых деформаций (**рис. 5, 6**), что может повлечь за собой потерю сплошности и разрушение верхнего слоя покрытия дорожной одежды.



**Рис. 5. Распределение интенсивности сдвиговых деформаций  $U$ :**

$$u_{0x} = 0,1 \text{ см}; u_{Hx} = 1 \text{ см}; u_{0y} = 3,75 \text{ см}; u_{Hy} = 0,125 \text{ см}$$



**Рис. 6. Распределение интенсивности сдвиговых деформаций  $U$ :**

$$u_{0x} = 0,1 \text{ см}; u_{Hx} = 1 \text{ см}; u_{0y} = 5 \text{ см}; u_{Hy} = 0,125 \text{ см}$$

Можно предположить, что образование трещин происходит по смешанному механизму в результате двух противоборствующих процессов упруго-хрупкого и вязко-пластичного разрушений. При более высокой вероятности разрыва адгезионных и когезионных связей растягивающими напряжениями снижаются как величина предельной деформации, так и доля необратимой составляющей в момент разрушения асфальтобетона.

Учтенные в математической модели особенности вязко-пластичного и хрупкого разрушения асфальтобетонного покрытия позволяют более качественно проектировать морозоустойчивые нежесткие дорожные одежды. Следует отметить, что рассмотренные в настоящей статье особенности формирования напряжений и деформаций покрытий в промерзающих дорожных конструкциях в действующем ОДН 218 046-01 [12] не учтены.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Руденский А.В. Реологические свойства битумоминеральных материалов / А.В. Руденский, И.М. Руденская. – М.: Высшая школа, 1971. – 132 с.
2. Бельковский С.В. Работа оснований асфальтобетонных покрытий в зимних условиях во второй дорожно-климатической зоне / С.В. Бельковский // Проектирование грунтовых оснований усовершенствованных покрытий с учетом их работы в зимних условиях: сб. науч. тр. – М.: Дориздат, 1953. – С. 53-114.
3. Чурилин В.С. Результаты определения допустимой величины морозного пучения грунтов / В.С. Чурилин // Вестник Томского

- государственного архитектурно-строительного университета.  
– 2015. – № 5. – С. 211-218.
4. Радовский Б.С. Проектирование дорожных одежд для движения большегрузных автомобилей / Б.С. Радовский, А.С. Супрун, И.И. Козаков. – Киев: Будівельник, 1989. – 168 с.
  5. Телтаев Б.Б. Совершенствование методов исследования и основ проектирования нежестких дорожных одежд автомобильных дорог региона Казахстана: автореф. ... докт. техн. наук: 01.02.07; 05.23.11 / Телтаев Багдат Бурханбайулы. – Алматы, 1998. – 33 с.
  6. Смирнов А.В. Расчет дорожных и аэродромных конструкций на динамические воздействия: монография / А.В. Смирнов. – Омск: СибАДИ. – 2008. – 54 с.
  7. Шеслер А.И. Неравномерность деформации нежестких дорожных одежд под воздействием пучения-осадки грунтов: дис. ... канд. техн. наук: 05.44.0 / Шеслер Анатолий Иванович. – М.: 1968. – 181 с.
  8. Султанов Т.З. Оценка динамического поведения неоднородных систем с учетом нелинейно-вязкоупругих свойств грунта / Т.З. Султанов, Д.А. Ходжаев, М.М. Мирсаидов // Инженерно-строительный журнал. – 2014. – №1. – С. 80-118.
  9. Горшков А.Г. Теория упругости и пластичности / А.Г. Горшков, Э.И. Старовойтов, Д.В. Тарлаковский. – М.: Физматлит, 2002. – 416 с.
  10. Климов Д.М. Вязкопластические течения: динамический хаос, устойчивость и перемешивание / Д.М. Климов, А.Г. Петров, Д.В. Георгиевский – М.: Наука, 2005. – 394 с.
  11. Маковкин Г.А. Применение МКЭ к решению задач механики деформируемого твердого тела / Г.А. Маковкин, С.Ю. Лихачева. – Н. Новгород: ННГАСУ, 2012. – 71 с.
  12. ОДН 218.046-01. Проектирование нежестких дорожных одежд / Государственная служба дорожного хозяйства Министерства транспорта Российской Федерации. – М.: Информавтдор, 2001. – 145 с.

## L I T E R A T U R A

1. Rudenskij A.V. Reologicheskie svojstva bitumomineral'nyh materialov / A.V. Rudenskij, I.M. Rudenskaja. – М.: Vysshaja shkola, 1971. – 132 с.

2. *Bel'kovskij S.V. Rabota osnovanij asfal'tobetonnih pokrytij v zimnih uslovijah vo vtoroj dorozhno-klimaticheskoj zone / S.V. Bel'kovskij // Proektirovanie gruntovyh osnovanij usovershenstvovannyh pokrytij s uchetom ih raboty v zimnih uslovijah: sb. nauch. tr. – M.: Dorizdat, 1953. – S. 53-114.*
3. *Churilin V.S. Rezul'taty opredelenija dopustimoj velichiny moroznogo puchenija gruntov / V.S. Churilin // Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta. – 2015. – № 5. – S. 211-218.*
4. *Radovskij B.S. Proektirovanie dorozhnyh odezhd dlja dvizhenija bol'shegruznyh avtomobilej / B.S. Radovskij, A.S. Suprun, I.I. Kozakov. – Kiev: Budivel'nik, 1989. – 168 s.*
5. *Teltaev B.B. Sovershenstvovanie metodov issledovanija i osnov proektirovanija nezhestkih dorozhnyh odezhd avtomobil'nyh dorog regiona Kazahstana: avtoref. ... dokt. tehn. nauk: 01.02.07; 05.23.11 / Teltaev Bagdat Burhanbajuly. – Almaty, 1998. – 33 s.*
6. *Smirnov A.V. Raschet dorozhnyh i ajerodromnyh konstrukcij na dinamicheskie vozdejstvija: monografija / A.V. Smirnov. – Omsk: SibADI. – 2008. – 54 s.*
7. *Shesler A.I. Neravnomernost' deformacii nezhestkih dorozhnyh odezhd pod vozdejstviem puchenija-osadki gruntov: dis. ... kand. tehn. nauk: 05.440 / Shesler Anatolij Ivanovich. – M.: 1968. – 181 s.*
8. *Sultanov T.Z. Ocenka dinamicheskogo povedenija neodnorodnyh sistem s uchetom nelinejno-vjazkouprugih svojstv grunta / T.Z. Sultanov, D.A. Hodzhaev, M.M. Mirsaidov // Inzhenerno-stroitel'nyj zhurnal. – 2014. – №1. – S. 80-118.*
9. *Gorshkov A.G. Teorija uprugosti i plastichnosti / A.G. Gorshkov, Je.I. Starovojtov, D.V. Tarlakovskij. – M.: Fizmatlit, 2002. – 416 s.*
10. *Klimov D.M. Vjazkoplasticheskie techenija: dinamicheskij haos, ustojchivost' i peremeshivanie / D.M. Klimov, A.G. Petrov, D.V. Georgievskij – M.: Nauka, 2005. – 394 s.*
11. *Makovkin G.A. Primenenie MKJe k resheniju zadach mehaniki deformiruemogo tverdogo tela / G.A. Makovkin, S.Ju. Lihacheva. – N. Novgorod: NNGASU, 2012. – 71 s.*
12. *ODN 218.046-01. Proektirovanie nezhestkih dorozhnyh odezhd / Gosudarstvennaja sluzhba dorozhnogo hozjajstva Ministerstva transporta Rossijskoj Federacii. – M: Informavtodor, 2001. – 145 s.*

---

***SIMULATION OF STRESSES AND  
STRAINS OF ROADS PAVEMENTS***

*Doctor of Physical and Mathematical Sciences,  
Professor O.V. Matvienko,  
Ph. D. (Physical and Mathematical Sciences) V.P. Bazuev,  
Postgraduate student V.S. Churilin  
(Tomsk State University  
of Architecture and Building)  
Contact information: matvolegv@mail.ru;  
slab@mail.tomsknet.ru;  
lex-16-2008@mail.ru*

*The article concerns a mathematical model describing stresses and strains of asphalt package when road pavement surface is being unevenly raised up. The main purpose of the represented research is to ensure the design quality of frost resistant flexible road pavements. With a view to achieving this objective the strains in the pavement when subgrade soils nonuniform heaving are studied. The scheme of a road pavement section deformation due to subgrade soils nonuniform heaving is developed. The elaborated model allows determining admissible values of road pavement surface raising, taking into account various factors, which are necessary for more qualitative design of frost resistant flexible road pavements.*

***Key words:*** *mathematical model, road pavement, stress, strain, displacement field.*

---

Рецензент: д-р техн. наук Б.С. Радовский (Интернет Лэбораториз Инк., США).  
Статья поступила в редакцию: 03.09.2016 г.